NSI · TERMINALE / COURS

Diviser pour régner

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Trier un million de valeurs par insertion demande de l'ordre de 10^{12} comparaisons : des heures. Il existe des tris bien plus rapides. Leur secret : ne jamais attaquer le gros problème de front.

01 L'idée : trier les copies à plusieurs

Un professeur doit classer 200 copies par ordre alphabétique. Il coupe le tas en deux et donne chaque moitié à un collègue, qui fait de même, jusqu'à des tas d'une seule copie, déjà triés. Ensuite, on fusionne : deux tas triés se réunissent en un tas trié en regardant juste la copie du dessus de chacun.

01 La méthode

Diviser pour régner :

1. **diviser** le problème en sous-problèmes plus petits, de même nature ;
2. **résoudre** chaque sous-problème, souvent par un appel récursif ;
3. **combiner** les solutions pour obtenir celle du problème de départ.

01 Le tri fusion

```
def fusion(a, b):
    res = []
    i, j = 0, 0
    while i < len(a) and j < len(b):
        if a[i] <= b[j]:
            res.append(a[i])
            i += 1
        else:
            res.append(b[j])
            j += 1
    return res + a[i:] + b[j:]

def tri_fusion(t):
    if len(t) <= 1:
        return t
```

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/nsi/terminale/diviser-pour-regner/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

```
    m = len(t) // 2
    return fusion(tri_fusion(t[:m]), tri_fusion(t[m:]))
```

Son coût

On coupe en deux environ $\log_2 n$ fois, et à chaque niveau, les fusions traitent les n éléments. Le tri fusion fait de l'ordre de $n \log_2 n$ comparaisons.

n	insertion (environ n^2)	fusion (environ $n \log_2 n$)
1 000	1 000 000	10 000
1 000 000	10^{12}	2×10^7

Un autre exemple : la dichotomie

Chercher une valeur dans un tableau trié, c'est aussi diviser pour régner : on compare au milieu et on ne garde qu'une moitié. Ici, il n'y a rien à combiner.

Les pièges

- Oublier le cas de base (liste de taille 0 ou 1) : la récursion ne s'arrête pas.
- Fusionner en concaténant : le résultat n'est pas trié.
- Le tri fusion crée de nouvelles listes : il utilise plus de mémoire qu'un tri en place.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/nsi/terminale/diviser-pour-regner/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits