NSI · PREMIÈRE / COURS

La recherche dichotomique

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Chercher un mot dans un dictionnaire papier de 60 000 mots en lisant depuis la première page, c'est des heures. Personne ne fait ça : on ouvre au milieu et on choisit une moitié. Combien d'étapes faut-il vraiment ?

01 L'idée : le nombre mystère

Je pense à un nombre entre 1 et 100. Tu proposes 50 ; je réponds « plus grand ». Tu proposes 75 ; « plus petit ». À chaque question, tu élimines la moitié des possibilités. En 7 questions au plus, tu trouves.

01 La recherche séquentielle

On parcourt le tableau du début à la fin. Dans le pire des cas, on regarde les n éléments : **coût linéaire**. Elle fonctionne sur n'importe quel tableau.

01 La recherche dichotomique

Dans un tableau **trié**, on compare la valeur cherchée à l'élément du **milieu**, puis on ne garde que la moitié où elle peut se trouver. On recommence jusqu'à la trouver ou jusqu'à ce que la zone soit vide.

```
def dichotomie(t, x):
    g, d = 0, len(t) - 1
    while g <= d:
        m = (g + d) // 2
        if t[m] == x:
            return m
        if t[m] < x:
            g = m + 1
        else:
            d = m - 1
    return -1
```

Pourquoi elle s'arrête

La quantité `d - g` est un entier qui **diminue strictement** à chaque tour (on retire au moins le milieu). Elle finit par devenir négative et la boucle s'arrête : c'est un **variant**.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/nsi/premiere/recherche-dichotomique/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Combien ça coûte

À chaque tour, la zone est divisée par 2. Pour n éléments, il faut au plus environ $\log_2 n$ tours : **coût logarithmique**.

n	séquentielle	dichotomique
1 000	1 000	10
1 000 000	1 000 000	20
1 milliard	1 milliard	30

Multiplier la taille par 1 000 n'ajoute qu'une dizaine d'étapes.

Exemple guidé

On cherche 23 dans le tableau trié `t = [2, 5, 8, 12, 16, 23, 38, 56, 72, 91]` (indices 0 à 9).

Étape	Milieu	Décision
g = 0, d = 9	t[4] = 16	23 > 16, g = 5
g = 5, d = 9	t[7] = 56	23 < 56, d = 6
g = 5, d = 6	t[5] = 23	trouvé

1. À chaque étape, on regarde le milieu `m = (g + d) // 2`.
2. Selon la comparaison, on élimine la moitié gauche ou la moitié droite.
3. Trois comparaisons suffisent, là où la recherche séquentielle en aurait fait six.

Retour au problème

$2^{16} = 65\,536$, plus que 60 000. Seize étapes suffisent pour trouver n'importe quel mot, puisqu'on divise par deux à chaque fois. C'est ce que tu fais, en moins rigoureux, quand tu ouvres le dictionnaire au milieu.

Les pièges

- Tableau non trié : résultat faux.
- Écrire `g = m` au lieu de `g = m + 1` : la boucle peut ne jamais s'arrêter.
- Trier un tableau juste pour une seule recherche coûte plus cher que la recherche séquentielle.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/nsi/premiere/recherche-dichotomique/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits