TERMINALE / FICHE DE RÉVISION

Raisonnement par récurrence

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

But. Démontrer qu'une propriété $P(n)$ est vraie pour tout entier $n \geq n_0$.

1. **Initialisation.** Je vérifie $P(n_0)$, au premier rang.
2. **Hérédité.** Je suppose $P(k)$ vraie pour un $k \geq n_0$ quelconque (hypothèse de récurrence) et je démontre $P(k+1)$.
3. **Conclusion.** « Par récurrence, $P(n)$ est vraie pour tout $n \geq n_0$. »

01 La méthode pour une suite $u_{n+1} = f(u_n)$

Je pars de l'hypothèse sur u_k et je fais les mêmes opérations que dans la formule de la suite, jusqu'à obtenir u_{k+1}.

- Multiplier par un nombre **positif** : le sens de l'inégalité ne change pas.
- Multiplier par un nombre **négatif** : le sens change.
- Ajouter le même nombre des deux côtés : le sens ne change pas.

02 Les questions types

On me demande…	Je démontre par récurrence…
u est majorée par M	$u_n \leq M$
u est minorée par m	$u_n \geq m$
u est croissante	$u_n \leq u_{n+1}$
une formule explicite	$u_n = \dots$

03 Les pièges

- L'hérédité seule ne prouve rien : sans initialisation, rien ne tombe.
- Si je n'ai pas utilisé l'hypothèse de récurrence, il y a une erreur quelque part.
- Je n'écris jamais « on suppose $P(n)$ vraie pour tout n » : c'est ce qu'on veut démontrer.
- Croissante + majorée ⇒ la suite converge (mais pas forcément vers le majorant).

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/suites-et-recurrence/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits