TERMINALE / EXERCICES CORRIGÉS

Primitives et équations différentielles

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Des primitives directes ●○○ Application

Déterminer une primitive de chaque fonction.

1. $f(x) = 4x^3 - 2x + 5$ sur $\mathbb{R}$
2. $g(x) = \dfrac{3}{x} + \dfrac{1}{x^2}$ sur $]0\,;+\infty[$
3. $h(x) = 2\cos x - \mathrm{e}^x$ sur $\mathbb{R}$

Indice

$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$.

Question 1

$F(x) = x^4 - x^2 + 5x$.

Question 2

x^{-2} a pour primitive $\frac{x^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x}$. Donc $G(x) = 3\ln x - \frac{1}{x}$.

Question 3

$H(x) = 2\sin x - \mathrm{e}^x$.

← *on vérifie en dérivant*

Ex. 2 Des formes composées ●●○ Méthode

Déterminer une primitive de chaque fonction.

1. $f(x) = x\,\mathrm{e}^{x^2}$ sur $\mathbb{R}$
2. $g(x) = \dfrac{x}{x^2+4}$ sur $\mathbb{R}$
3. $h(x) = (2x+1)^3$ sur $\mathbb{R}$

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/primitives-et-equations-differentielles/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Indice

Repère la forme ($u'\mathrm{e}^u$, $\frac{u'}{u}$, $u'u^n$) et ajuste le facteur qui manque.

Question 1

Avec $u = x^2$, $u' = 2x$. Or $f = \frac{1}{2} \times 2x\,\mathrm{e}^{x^2} = \frac{1}{2}u'\mathrm{e}^u$, donc $F(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$.

← il manque un 2, on le compense

Question 2

Avec $u = x^2 + 4 > 0$, $g = \frac{1}{2}\frac{u'}{u}$, donc $G(x) = \frac{1}{2}\ln(x^2 + 4)$.

Question 3

Avec $u = 2x + 1$, $u' = 2$, $h = \frac{1}{2}u'u^3$, donc $H(x) = \frac{1}{2} \times \frac{(2x+1)^4}{4} = \frac{(2x+1)^4}{8}$.

Ex. 3 La primitive qui passe par un point ●○○ Application

Déterminer la primitive F de $f(x) = 6x^2 - 4$ sur $\mathbb{R}$ telle que $F(1) = 3$.

Indice

Écris toutes les primitives, avec le $+C$, puis utilise $F(1) = 3$.

Toutes les primitives

$F(x) = 2x^3 - 4x + C$.

Le point de départ

$F(1) = 2 - 4 + C = C - 2 = 3$, donc $C = 5$.

Conclusion

$F(x) = 2x^3 - 4x + 5$.

Ex. 4 Une équation y' = ay + b ●●○ Méthode

Résoudre l'équation différentielle $(E) : y' = -0{,}5y + 10$, puis déterminer la solution f telle que $f(0) = 4$. Quelle est la limite de f en $+\infty$?

Indice

Les solutions sont $C\mathrm{e}^{ax} - \frac{b}{a}$.

La solution d'équilibre

$-\frac{b}{a} = -\frac{10}{-0{,}5} = 20$. On vérifie que $-0{,}5 \times 20 + 10 = 0$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/primitives-et-equations-differentielles/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Les solutions

Les solutions de (E) sont les fonctions $x \mapsto C\mathrm{e}^{-0{,}5x} + 20$.

La condition initiale

$f(0) = C + 20 = 4$, donc $C = -16$ et $f(x) = 20 - 16\mathrm{e}^{-0{,}5x}$.

La limite

$\mathrm{e}^{-0{,}5x} \to 0$ en $+\infty$, donc $\lim\limits_{+\infty} f = 20$: la solution rejoint l'équilibre.

Ex. 5 Le refroidissement du café ●●○ Application

Un café à 80 °C est posé dans une pièce à 20 °C. Sa température $T(t)$ (en °C, t en minutes) vérifie $T' = -0{,}1\,(T - 20)$ et $T(0) = 80$.

1. Exprimer $T(t)$.
2. Au bout de combien de temps le café descend-il sous 40 °C ?

Indice

Développe, $T' = -0{,}1T + 2$.

Question 1, les solutions

$T' = -0{,}1T + 2$. La solution constante est $-\frac{2}{-0{,}1} = 20$, donc $T(t) = C\mathrm{e}^{-0{,}1t} + 20$.

Question 1, la condition initiale

$T(0) = C + 20 = 80$, donc $C = 60$ et $T(t) = 60\mathrm{e}^{-0{,}1t} + 20$.

Question 2

$T(t) < 40 \iff \mathrm{e}^{-0{,}1t} < \frac{1}{3} \iff -0{,}1t < \ln\frac{1}{3} \iff t > 10\ln 3 \approx 11$.

← *diviser par -0,1 change le sens*

Conclusion

Le café passe sous 40 °C au bout d'environ 11 minutes.

Ex. 6 Équation avec second membre, type bac ●●● Type bac

On considère l'équation $(E) : y' = 2y - 4x$.

1. Déterminer les réels a et b tels que $p(x) = ax + b$ soit solution de (E).

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/primitives-et-equations-differentielles/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

2. Résoudre (E).
3. Déterminer la solution f telle que $f(0) = 3$.

Indice

Calcule p' et identifie les coefficients de $2p - 4x$.

Question 1

$p' = a$ et $2p - 4x = (2a - 4)x + 2b$. Par identification, $2a - 4 = 0$ et $2b = a$, donc $a = 2$ et $b = 1$: $p(x) = 2x + 1$.

Question 2

Les solutions de $y' = 2y$ sont Ce^{2x}. Les solutions de (E) sont donc $x \mapsto Ce^{2x} + 2x + 1$.

Question 3

$f(0) = C + 1 = 3$, donc $C = 2$.

Conclusion

$f(x) = 2e^{2x} + 2x + 1$. Vérification, $f' = 4e^{2x} + 2$ et $2f - 4x = 4e^{2x} + 2$.

Au bac, sur ce chapitre

2026 **Asie jour 2 10 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Centres étrangers jour 2 11 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Antilles, Guyane jour 2 17 juin 2026** · exercices 3, 4 — Corrigé ↗

2026 **Polynésie jour 1 16 juin 2026** · exercice 2 — Corrigé ↗

2026 **Métropole jour 2 17 juin 2026** · exercices 2, 4 — Corrigé ↗

2026 **Métropole jour 1 8 septembre 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

Les 48 sujets qui en parlent

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/primitives-et-equations-differentielles/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits