TERMINALE / FICHE DE RÉVISION

Loi des grands nombres

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

L'image. Une chorale où chacun chante un peu faux : seul, on s'écarte de la note ; ensemble, les erreurs se compensent. La moyenne M_n se rapproche de l'espérance μ quand n grandit.

01 Sommes

- $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$; $E(aX+b) = aE(X) + b$.
- $V(aX+b) = a^2 V(X)$.
- X, Y **indépendantes** : $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$.

02 Échantillon de taille n (espérance μ, variance V)

$E(S_n) = n\mu$; $V(S_n) = nV$; $E(M_n) = \mu$; $V(M_n) = \frac{V}{n}$.

03 Les inégalités

Nom	Formule
Bienaymé-Tchebychev	$P(\lvert X-\mu\rvert \geq \delta) \leq \frac{V(X)}{\delta^2}$
Concentration	$P(\lvert M_n-\mu\rvert \geq \delta) \leq \frac{V}{n\delta^2}$
Loi des grands nombres	$P(\lvert M_n-\mu\rvert \geq \delta) \to 0$ quand $n \to +\infty$

04 Les méthodes

- « Au moins $95\,\%$ de chances d'être entre $\mu-\delta$ et $\mu+\delta$ » : je veux $\frac{V}{n\delta^2} \leq 0{,}05$, et je résous en n.
- Passer au contraire : $P(\lvert X-\mu\rvert < \delta) \geq 1 - \frac{V}{\delta^2}$.
- $\lvert X-\mu\rvert < \delta \iff \mu-\delta < X < \mu+\delta$.

05 Les pièges

- $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$ seulement si indépendantes.
- $V(2X) = 4V(X)$, pas $2V(X)$. Et $V(X-Y) = V(X) + V(Y)$ (indépendantes).
- Bienaymé-Tchebychev donne une **majoration**, pas la valeur exacte.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/loi-des-grands-nombres/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits