TERMINALE / FICHE DE RÉVISION

Logarithme népérien

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

L'image. $\ln$ est le **chemin retour** de l'exponentielle : $\mathrm{e}^{\ln a} = a$ et $\ln(\mathrm{e}^{x}) = x$. Les courbes sont symétriques par rapport à $y = x$. Son super-pouvoir : il change les $\times$ en $+$.

01 Les règles

- $\ln 1 = 0$; $\ln \mathrm{e} = 1$; $\ln$ définie sur $]0\,;+\infty[$ uniquement.
- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$; $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$; $\ln \frac{1}{b} = -\ln b$.
- $\ln(a^n) = n \ln a$; $\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$.

Résoudre

1. J'écris l'**ensemble de résolution** : tout ce qui est dans un $\ln$ doit être > 0.
2. $\ln A = \ln B \iff A = B$; $\ln A < \ln B \iff A < B$; $\ln x = k \iff x = \mathrm{e}^{k}$.
3. Pour $q^n \geq k$: je passe au $\ln$ et je divise par $\ln q$ (attention au **signe** de $\ln q$).
4. Je vérifie que les solutions sont dans l'ensemble de résolution.

03 Étude

- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$; $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$.
- $\ln$ strictement croissante, concave ; négative sur $]0\,;1[$, positive sur $]1\,;+\infty[$.
- $\lim\limits_{+\infty} \ln = +\infty$; $\lim\limits_{0^+} \ln = -\infty$ (asymptote $x = 0$).
- **Croissances comparées** : $\frac{\ln x}{x^n} \to 0$ en $+\infty$; $x^n \ln x \to 0$ en 0^+.
- $\frac{\ln(1+x)}{x} \to 1$ en 0.

04 Les pièges

- $\ln(a+b) \neq \ln a + \ln b$.
- Si $0 < q < 1$, $\ln q < 0$: diviser par $\ln q$ **change le sens** de l'inégalité.
- $\ln(x^2) = 2 \ln |x|$, et pas $2 \ln x$ quand $x < 0$.
- Ne jamais oublier l'ensemble de résolution.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/logarithme-neperien/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits