TERMINALE / EXERCICES CORRIGÉS

La fonction logarithme népérien

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Simplifier avec les règles

●○○ Application

Écrire en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.

1. $A = \ln 18$
2. $B = \ln \dfrac{8}{9}$
3. $C = \ln \sqrt{6} + \ln \dfrac{1}{3}$

Indice

Décompose en produit de puissances de 2 et de 3.

Question 1

$18 = 2 \times 3^2$, donc $A = \ln 2 + 2\ln 3$.

Question 2

$B = \ln(2^3) - \ln(3^2) = 3\ln 2 - 2\ln 3$.

Question 3

$C = \frac{1}{2}\ln 6 - \ln 3 = \frac{1}{2}(\ln 2 + \ln 3) - \ln 3 = \frac{1}{2}\ln 2 - \frac{1}{2}\ln 3$.

← *le produit devient une somme*

Ex. 2 Résoudre des équations

●○○ Méthode

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1. $e^{2x-1} = 5$
2. $\ln(2x+1) = 3$

Indice

Pour la question 2, commence par l'ensemble de résolution.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/logarithme-neperien/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Question 1

$e^{2x-1} = 5 \iff 2x - 1 = \ln 5 \iff x = \frac{1+\ln 5}{2}$.

Question 2, l'ensemble de résolution

Il faut $2x + 1 > 0$, soit $x > -\frac{1}{2}$.

Question 2, la résolution

$\ln(2x + 1) = 3 \iff 2x + 1 = e^3 \iff x = \frac{e^3-1}{2} \approx 9{,}54$.

Conclusion

Cette valeur est bien supérieure à $-\frac{1}{2}$, donc $S = \left\{\frac{e^3-1}{2}\right\}$.

Ex. 3 Le piège de l'ensemble de résolution ●●○ Piège

Résoudre $\ln(x) + \ln(x - 2) = \ln 3$.

Indice

Les deux logarithmes doivent exister en même temps.

L'ensemble de résolution

Il faut $x > 0$ et $x - 2 > 0$, soit $x > 2$.

On regroupe

$\ln(x(x - 2)) = \ln 3 \iff x^2 - 2x = 3 \iff x^2 - 2x - 3 = 0$. Les solutions sont 3 et -1.

On vérifie

-1 n'est pas dans l'ensemble de résolution, car $\ln(-1)$ n'existe pas.

← *toujours vérifier*

Conclusion

$S = \{3\}$.

Ex. 4 À partir de quel rang ? ●●○ Méthode

Un médicament est éliminé à raison de 20 % par heure. La quantité restante au bout de n heures est $q_n = 100 \times 0{,}8^n$ (en mg). Au bout de combien d'heures reste-t-il moins de 5 mg ?

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/logarithme-neperien/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Indice

$\ln 0{,}8 < 0$. Attention au sens de l'inégalité quand tu divises.

On isole la puissance

$100 \times 0{,}8^n < 5 \iff 0{,}8^n < 0{,}05$.

On passe au logarithme

ln est strictement croissante, donc $0{,}8^n < 0{,}05 \iff n \ln 0{,}8 < \ln 0{,}05$.

On divise par un nombre négatif

$\ln 0{,}8 < 0$ car $0{,}8 < 1$, donc le sens change : $n > \dfrac{\ln 0{,}05}{\ln 0{,}8} \approx 13{,}4$.

← *le sens change*

Conclusion

Il reste moins de 5 mg au bout de 14 heures.

Ex. 5 Une limite par croissances comparées ●●○ Application

Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} (x - \ln x)$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} (x^2 \ln x + 1)$.

Indice

Pour la première, factorise par x.

Première limite, la forme indéterminée

$x \to +\infty$ et $\ln x \to +\infty$: forme $\infty - \infty$.

On factorise par x

$x - \ln x = x\left(1 - \dfrac{\ln x}{x}\right)$. Par croissances comparées, $\frac{\ln x}{x} \to 0$, donc la parenthèse tend vers 1 et la limite vaut $+\infty$.

Seconde limite

Par croissances comparées, $x^2 \ln x \to 0$ en 0^+, donc la limite vaut 1.

Ex. 6 Étude complète type bac ●●● Type bac

Soit f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = x - 2\ln x$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/logarithme-neperien/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

1. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2. Étudier les variations de f et donner son minimum.
3. En déduire que pour tout $x > 0$, $\ln x < \frac{x}{2}$.

Indice

$f'(x) = 1 - \frac{2}{x} = \frac{x-2}{x}$. Et $\ln 2 \approx 0{,}69$.

Question 1, en 0

$x \to 0$ et $\ln x \to -\infty$, donc $-2\ln x \to +\infty$. Par somme, $\lim\limits_{0} f = +\infty$.

Question 1, en +∞

Forme $\infty - \infty$. On écrit $f(x) = x\left(1 - 2\frac{\ln x}{x}\right)$. La parenthèse tend vers 1 par croissances comparées, donc $\lim\limits_{+\infty} f = +\infty$.

Question 2

$f'(x) = \frac{x-2}{x}$, du signe de $x - 2$ car $x > 0$. f est décroissante sur $]0\,;2]$, croissante sur $[2\,;+\infty[$. Son minimum est $f(2) = 2 - 2\ln 2 \approx 0{,}61$.

Question 3

Le minimum est strictement positif, donc $f(x) > 0$ pour tout $x > 0$, soit $x > 2\ln x$: $\ln x < \frac{x}{2}$.

Au bac, sur ce chapitre

2026 **Amérique du Nord jour 1 20 mai 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Amérique du Nord jour 2 21 mai 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Centres étrangers jour 1 10 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Centres étrangers jour 2 11 juin 2026** · exercice 3 — Corrigé ↗

2026 **Antilles, Guyane jour 1 16 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Antilles, Guyane jour 2 17 juin 2026** · exercices 3, 4 — Corrigé ↗

Les 68 sujets qui en parlent

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/logarithme-neperien/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/logarithme-neperien/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits