TERMINALE / EXERCICES CORRIGÉS

Limites de suites

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Une limite par opérations ●○○ Application

Déterminer la limite de la suite définie pour tout $n \geq 1$ par $u_n = 4 - \frac{5}{n} + \frac{1}{n^2}$.

Indice

Utilise les limites de référence de $\frac{1}{n}$ et $\frac{1}{n^2}$.

Les limites de référence

$\lim \frac{1}{n} = 0$ donc $\lim \frac{5}{n} = 0$, et $\lim \frac{1}{n^2} = 0$.

Conclusion

Par somme, $u_n \to 4 - 0 + 0$, donc $\lim u_n = 4$. Pas de forme indéterminée ici.

Ex. 2 Lever un « ∞ - ∞ » ●○○ Méthode

Déterminer la limite de $u_n = n^3 - 5n^2 + 1$.

Indice

$n^3 \to +\infty$ et $5n^2 \to +\infty$. Factorise par le terme le plus fort.

On repère la forme indéterminée

$n^3 \to +\infty$ et $-5n^2 \to -\infty$: c'est la forme $\infty - \infty$. Les règles ne permettent pas de conclure directement.

On factorise par le terme le plus fort

$$u_n = n^3 \left(1 - \frac{5}{n} + \frac{1}{n^3}\right)$$

La parenthèse tend vers $1 - 0 + 0 = 1$.

← la fourmi la plus rapide décide

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-suites/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Conclusion

Par produit, $n^3 \times (\text{quelque chose} \to 1) \to +\infty$: $\lim u_n = +\infty$.

Ex. 3 Lever un « ∞ / ∞ » ●●○ Méthode

Déterminer la limite de $u_n = \dfrac{3n^2 - n}{n^2 + 4}$.

Indice

Factorise en haut et en bas par n^2.

La forme indéterminée

Le numérateur et le dénominateur tendent vers $+\infty$: forme $\frac{\infty}{\infty}$.

On factorise par n²

$$u_n = \frac{n^2\left(3 - \frac{1}{n}\right)}{n^2\left(1 + \frac{4}{n^2}\right)} = \frac{3 - \frac{1}{n}}{1 + \frac{4}{n^2}}$$

← *les n² se simplifient*

Conclusion

Le numérateur tend vers 3, le dénominateur vers 1. Par quotient, $\lim u_n = 3$.

Ex. 4 Avec des puissances ●●○ Application

1. Déterminer la limite de $u_n = 5 \times 0{,}8^n + 2$.
2. Déterminer la limite de $w_n = 2^n - 3^n$.

Indice

Pour la question 2, c'est un « ∞ − ∞ » : factorise par 3^n, la puissance la plus forte.

Question 1

$-1 < 0{,}8 < 1$, donc $0{,}8^n \to 0$. Par opérations, $u_n \to 5 \times 0 + 2$, donc $\lim u_n = 2$.

Question 2, la forme indéterminée

$2^n \to +\infty$ et $3^n \to +\infty$ (car $2 > 1$ et $3 > 1$) : forme $\infty - \infty$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-suites/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

On factorise par 3^n

$$w_n = 3^n \left(\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1 \right)$$

Or $-1 < \frac{2}{3} < 1$, donc $\left(\frac{2}{3}\right)^n \to 0$ et la parenthèse tend vers -1.

← 2^n / 3^n = $(2/3)^n$

Conclusion

Par produit, $3^n \to +\infty$ et la parenthèse $\to -1$, donc $\lim w_n = -\infty$.

Ex. 5 Les gendarmes ●●○ Méthode

Pour tout $n \geq 1$, on pose $u_n = \dfrac{2n + (-1)^n}{n}$. Déterminer la limite de u.

Indice

$(-1)^n$ vaut 1 ou -1. Encadre u_n entre deux suites qui ont la même limite.

On encadre

Pour tout n, $-1 \leq (-1)^n \leq 1$. On ajoute $2n$, puis on divise par $n > 0$:

$$2 - \frac{1}{n} \leq u_n \leq 2 + \frac{1}{n}$$

← diviser par n positif ne change pas le sens

Les deux gendarmes

$\frac{1}{n} \to 0$, donc $2 - \frac{1}{n} \to 2$ et $2 + \frac{1}{n} \to 2$. Même limite des deux côtés.

Conclusion

D'après le théorème des gendarmes, $\lim u_n = 2$.

Ex. 6 Par comparaison ●●○ Application

On pose $u_n = n^2 + (-1)^n n$. Montrer que $\lim u_n = +\infty$.

Indice

Minore u_n par une suite qui tend vers $+\infty$.

On minore

$(-1)^n n \geq -n$, donc $u_n \geq n^2 - n = n(n-1)$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-suites/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

La suite qui minore

$n \to +\infty$ et $n - 1 \to +\infty$, donc par produit $n(n-1) \to +\infty$.

← *on a factorisé pour éviter ∞ - ∞*

Conclusion

Par comparaison, $\lim u_n = +\infty$.

Ex. 7 La suite auxiliaire ●●● Type bac

Soit u la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 0{,}5\,u_n + 3$. On pose $v_n = u_n - 6$.

1. Montrer que v est géométrique.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. En déduire la limite de u.

Indice

Calcule $v_{n+1} = u_{n+1} - 6$, remplace u_{n+1}, puis factorise par $0{,}5$.

1. v est géométrique

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = 0{,}5\,u_n + 3 - 6 = 0{,}5\,u_n - 3 = 0{,}5\,(u_n - 6) = 0{,}5\,v_n$$

v est géométrique de raison $0{,}5$, de premier terme $v_0 = u_0 - 6 = -5$.

← *0,5 × 6 = 3, d'où la factorisation*

2. Formule explicite

$v_n = -5 \times 0{,}5^n$, et $u_n = v_n + 6 = 6 - 5 \times 0{,}5^n$.

3. La limite

$-1 < 0{,}5 < 1$, donc $0{,}5^n \to 0$. Par opérations, $\lim u_n = 6$: la suite converge vers 6.

Ex. 8 Le piège du majorant ●●○ Piège

Un élève écrit : « La suite $u_n = 3 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$ est croissante et majorée par 10, donc elle converge vers 10. » Où est l'erreur ?

Indice

Le théorème de la limite monotone dit-il combien vaut la limite ?

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-suites/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

L'erreur

Croissante et majorée, c'est vrai, donc la suite **converge**. Mais le théorème dit seulement que la limite existe. Il ne dit pas qu'elle est égale au majorant.

← *la barrière n'est pas le drapeau*

La vraie limite

$\left(\frac{1}{3}\right)^n \to 0$, donc $u_n \to 3$. La suite est majorée par 10, mais aussi par 3, par 4, par 100…

Conclusion

$\lim u_n = 3$, pas 10. Pour trouver la limite, il faut un calcul (ici, la formule explicite).

Au bac, sur ce chapitre

2026 **Amérique du Nord jour 1 20 mai 2026** · exercice 2 — Corrigé ↗

2026 **Amérique du Nord jour 2 21 mai 2026** · exercice 2 — Corrigé ↗

2026 **Asie jour 1 9 juin 2026** · exercice 1 — Corrigé ↗

2026 **Asie jour 2 10 juin 2026** · exercice 1 — Corrigé ↗

2026 **Antilles, Guyane jour 1 16 juin 2026** · exercice 2 — Corrigé ↗

2026 **Polynésie jour 1 16 juin 2026** · exercice 3 — Corrigé ↗

Les 87 sujets qui en parlent

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-suites/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits