TERMINALE / FICHE DE RÉVISION

Limites de fonctions

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

L'image. La courbe est un train, les asymptotes sont ses rails : rail horizontal $y = \ell$ si $\lim\limits_{\pm\infty} f = \ell$, rail vertical $x = a$ si $\lim\limits_{a} f = \pm\infty$.

01 Les limites à connaître

- $x^n \to +\infty$ en $+\infty$; $\frac{1}{x} \to 0$ en $\pm\infty$; $\sqrt{x} \to +\infty$ en $+\infty$.
- $\frac{1}{x} \to +\infty$ en 0^+ et $-\infty$ en 0^-.
- $\mathrm{e}^x \to +\infty$ en $+\infty$ et $\to 0$ en $-\infty$.

Calculer

Formes indéterminées. $\infty - \infty$, $0 \times \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$: je **factorise par le terme le plus fort** (plus haut degré, ou e^x).

- **Croissances comparées** : $\frac{\mathrm{e}^x}{x^n} \to +\infty$ en $+\infty$; $x^n\mathrm{e}^x \to 0$ en $-\infty$.
- **Composée** : je calcule la limite de l'intérieur X, puis la limite de l'extérieur quand X tend vers cette valeur.
- **Valeur interdite** a : j'étudie le **signe** du dénominateur à gauche et à droite de a.

03 Justifier

Je sais que…	J'écris…
$\lim\limits_{+\infty} f = \ell$	« la droite $y = \ell$ est asymptote horizontale en $+\infty$ »
$\lim\limits_{a} f = \pm\infty$	« la droite $x = a$ est asymptote verticale »
$g \le f \le h$, g et $h \to \ell$	« d'après le théorème des gendarmes, $f \to \ell$ »
$f \ge g$ et $g \to +\infty$	« par comparaison, $f \to +\infty$ »

04 Les pièges

- $\frac{1}{0}$ n'existe pas : on écrit $\frac{1}{0^+} \to +\infty$ ou $\frac{1}{0^-} \to -\infty$, selon le signe.
- L'exponentielle bat toujours les puissances de x.
- Une asymptote verticale se cherche aux **valeurs interdites**, une horizontale en $\pm\infty$.
- Toujours préciser la limite de chaque morceau avant de conclure.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-fonctions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits