TERMINALE / EXERCICES CORRIGÉS

Limites de fonctions

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Un polynôme en l'infini ●○○ Méthode

Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 + 2x^2 - 5)$.

Indice

$x^3 \to -\infty$ et $2x^2 \to +\infty$. Factorise par le terme de plus haut degré.

On repère la forme indéterminée

En $-\infty$: $x^3 \to -\infty$ et $2x^2 \to +\infty$. C'est la forme $\infty - \infty$.

On factorise par x^3

$$x^3 + 2x^2 - 5 = x^3 \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{5}{x^3}\right)$$

La parenthèse tend vers $1 + 0 - 0 = 1$.

← le plus haut degré décide

Conclusion

Par produit, $x^3 \to -\infty$ et la parenthèse tend vers 1, donc la limite vaut $-\infty$.

Ex. 2 Une asymptote horizontale ●○○ Application

Soit $f(x) = \dfrac{4x - 1}{2x + 3}$ sur $\left]-\frac{3}{2} ; +\infty\right[$. Déterminer la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement.

Indice

Factorise en haut et en bas par x.

On factorise par x

$$f(x) = \frac{x\left(4 - \frac{1}{x}\right)}{x\left(2 + \frac{3}{x}\right)} = \frac{4 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{3}{x}}$$

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-fonctions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

On passe à la limite

Le numérateur tend vers 4, le dénominateur vers 2. Par quotient, $\lim\limits_{+\infty} f = 2$.

Interprétation

La droite $y = 2$ est asymptote horizontale à la courbe de f en $+\infty$. C'est le rail du train.

Ex. 3 Limite à gauche, limite à droite ●●○ Méthode

Soit $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$, définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. Déterminer les limites de f en 3^- et en 3^+. Que peut-on en déduire ?

Indice

Le numérateur tend vers 4. Regarde le signe du dénominateur de chaque côté de 3.

Le numérateur

Quand $x \to 3$, $x + 1 \to 4$, un nombre positif.

Le signe du dénominateur

Si $x < 3$, $x - 3 < 0$: il tend vers 0^-. Si $x > 3$, $x - 3 > 0$: il tend vers 0^+.

← *c'est le signe qui décide*

Les deux limites

Par quotient, $\lim\limits_{3^-} f = \frac{4}{0^-} = -\infty$ et $\lim\limits_{3^+} f = \frac{4}{0^+} = +\infty$.

Conclusion

La droite $x = 3$ est asymptote verticale à la courbe de f.

Ex. 4 Croissances comparées ●●○ Application

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} (\mathrm{e}^x - x^2)$.
2. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} (x+2)\,\mathrm{e}^x$.

Indice

Question 1 : factorise par e^x. Question 2 : développe en $x\mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^x$.

Question 1, la forme indéterminée

$\mathrm{e}^x \to +\infty$ et $x^2 \to +\infty$: forme $\infty - \infty$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-fonctions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

On factorise par l'exponentielle

$$\mathrm{e}^x - x^2 = \mathrm{e}^x \left(1 - \frac{x^2}{\mathrm{e}^x}\right)$$

Par croissances comparées, $\frac{\mathrm{e}^x}{x^2} \to +\infty$, donc $\frac{x^2}{\mathrm{e}^x} \to 0$ et la parenthèse tend vers 1. La limite vaut $+\infty$.

Question 2

$(x+2)\mathrm{e}^x = x\mathrm{e}^x + 2\mathrm{e}^x$. Par croissances comparées, $x\mathrm{e}^x \to 0$ en $-\infty$, et $2\mathrm{e}^x \to 0$.

Conclusion

Par somme, la limite vaut 0 : la droite $y = 0$ est asymptote horizontale en $-\infty$.

Ex. 5 Une composée ●●○ Application

Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{\frac{2x+1}{x}}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+1}$.

Indice

Commence par la limite de ce qui est à l'intérieur.

Première limite, l'intérieur

$\frac{2x+1}{x} = 2 + \frac{1}{x} \to 2$.

Première limite, l'extérieur

$\mathrm{e}^X \to \mathrm{e}^2$ quand $X \to 2$. Par composition, la limite vaut e^2.

Seconde limite

L'intérieur $x^2 + 1 \to +\infty$, et $\sqrt{X} \to +\infty$ quand $X \to +\infty$. Par composition, la limite vaut $+\infty$.

Ex. 6 Les gendarmes ●●○ Méthode

Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x + \sin x}{x}$.

Indice

Encadre $\sin x$ entre -1 et 1.

On simplifie

Pour $x > 0$, $\dfrac{x + \sin x}{x} = 1 + \dfrac{\sin x}{x}$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-fonctions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

On encadre

Comme $-1 \leq \sin x \leq 1$ et $x > 0$:

$$1 - \frac{1}{x} \leq 1 + \frac{\sin x}{x} \leq 1 + \frac{1}{x}$$

← *on divise par x positif, le sens ne change pas*

Conclusion

Les deux bornes tendent vers 1. D'après le théorème des gendarmes, la limite vaut 1.

Ex. 7 Étude complète type bac ●●● Type bac

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x - 1)\,\mathrm{e}^{-x}$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement.

Indice

En $+\infty$, écris $f(x) = \frac{2x}{\mathrm{e}^x} - \frac{1}{\mathrm{e}^x}$.

Question 1

En $-\infty$: $2x - 1 \to -\infty$ et $-x \to +\infty$ donc $\mathrm{e}^{-x} \to +\infty$. Par produit, $\lim\limits_{-\infty} f = -\infty$. Pas de forme indéterminée.

Question 2, la forme indéterminée

En $+\infty$: $2x - 1 \to +\infty$ et $\mathrm{e}^{-x} \to 0$. C'est la forme $\infty \times 0$.

On réécrit

$$f(x) = \frac{2x - 1}{\mathrm{e}^x} = 2 \times \frac{x}{\mathrm{e}^x} - \frac{1}{\mathrm{e}^x}$$

Par croissances comparées, $\frac{x}{\mathrm{e}^x} \to 0$, et $\frac{1}{\mathrm{e}^x} \to 0$.

← *l'exponentielle gagne*

Conclusion

$\lim\limits_{+\infty} f = 0$: la droite $y = 0$ est asymptote horizontale à la courbe en $+\infty$.

Au bac, sur ce chapitre

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-fonctions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

2026 **Amérique du Nord jour 1 20 mai 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Amérique du Nord jour 2 21 mai 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Asie jour 1 9 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Centres étrangers jour 1 10 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Centres étrangers jour 2 11 juin 2026** · exercices 3, 4 — Corrigé ↗

2026 **Antilles, Guyane jour 1 16 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

Les 77 sujets qui en parlent

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/limites-de-fonctions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits