TERMINALE / EXERCICES CORRIGÉS

Intégration

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Calculer des intégrales

Application

Calculer.

1. $I = \displaystyle\int_{-1}^{2} (x^2 - 2x + 3)\,\mathrm{d}x$
2. $J = \displaystyle\int_{1}^{\mathrm{e}} \frac{2}{x}\,\mathrm{d}x$
3. $K = \displaystyle\int_{0}^{\ln 2} \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$

Indice

Une primitive de e^{2x} est $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$, et $\mathrm{e}^{2\ln 2} = 4$.

Question 1

$I = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x\right]_{-1}^{2} = \left(\frac{8}{3} - 4 + 6\right) - \left(-\frac{1}{3} - 1 - 3\right) = \frac{14}{3} + \frac{13}{3} = 9.$

Question 2

$J = \left[2\ln x\right]_1^{\mathrm{e}} = 2\ln \mathrm{e} - 2\ln 1 = 2.$

Question 3

$K = \left[\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}\right]_0^{\ln 2} = \frac{1}{2}(4 - 1) = \frac{3}{2}.$

← *on vérifie le signe, f est positive*

Ex. 2 Une aire sous une courbe

Application

Calculer l'aire du domaine compris entre la courbe de $f(x) = \sqrt{x}$, l'axe des abscisses et les droites $x = 0$ et $x = 4$.

Indice

$\sqrt{x} = x^{1/2}$, une primitive est $\frac{2}{3}x^{3/2}$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/integration/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

La fonction est positive

$\sqrt{x} \geq 0$ sur $[0\,;4]$, donc l'aire est égale à l'intégrale.

Le calcul

$$\int_0^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{2}{3}x\sqrt{x}\right]_0^4 = \frac{2}{3}\times 4\times 2 = \frac{16}{3}.$$

Conclusion

L'aire vaut $\frac{16}{3}$ unités d'aire, environ 5,33.

Ex. 3 Le piège de l'aire négative ●●○ Piège

Soit $f(x) = x^2 - 1$.

1. Calculer $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.
2. Calculer l'aire du domaine compris entre la courbe, l'axe des abscisses et les droites $x = 0$ et $x = 2$.

Indice

f change de signe en 1.

Question 1

$\int_0^2 (x^2-1)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{x^3}{3} - x\right]_0^2 = \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3}$.

Ce n'est pas l'aire

$f \leq 0$ sur $[0\,;1]$ et $f \geq 0$ sur $[1\,;2]$. L'intégrale compte la partie sous l'axe en négatif.

← on découpe en 1

Question 2, on découpe

$\int_0^1 f = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$ et $\int_1^2 f = \frac{2}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3}$. L'aire vaut $\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2$.

Conclusion

L'aire vaut 2 u.a., alors que l'intégrale vaut $\frac{2}{3}$.

Ex. 4 Aire entre deux courbes ●●○ Méthode

Calculer l'aire du domaine compris entre les courbes de $f(x) = x$ et $g(x) = x^2$ sur $[0\,;1]$.

Indice

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/integration/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Sur $[0\,;1]$, laquelle est au-dessus ?

Qui est en haut ?

$x - x^2 = x(1-x) \geq 0$ sur $[0\,;1]$, donc la courbe de f est au-dessus.

Le calcul

$$\int_0^1 (x - x^2)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Conclusion

L'aire vaut $\frac{1}{6}$ u.a.

Ex. 5 Une intégration par parties ●●○ Méthode

Calculer $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \ln x\,\mathrm{d}x$.

Indice

Écris $\ln x = 1 \times \ln x$, avec $u = \ln x$ et $v' = 1$.

Le choix

$u = \ln x$, $u' = \frac{1}{x}$; $v' = 1$, $v = x$.

La formule

$$I = \left[x \ln x\right]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{x} \times x\,\mathrm{d}x = (\mathrm{e} - 0) - \int_1^{\mathrm{e}} 1\,\mathrm{d}x.$$

← *le ln a disparu*

Conclusion

$I = \mathrm{e} - (\mathrm{e} - 1)$, donc $I = 1$.

Ex. 6 Suite d'intégrales, type bac ●●● Type bac

Pour tout entier $n \geq 0$, on pose $I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$.

1. Montrer que $I_n \geq 0$ pour tout n.
2. Montrer que la suite (I_n) est décroissante.
3. En déduire qu'elle converge.

Indice

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/integration/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Pour la question 2, compare x^{n+1} et x^n sur $[0\,;1]$.

Question 1

Sur $[0\,;1]$, $x^n \geq 0$ et $\mathrm{e}^{-x} > 0$. Par positivité de l'intégrale ($0 \leq 1$), $I_n \geq 0$.

Question 2, la différence

Par linéarité, $I_{n+1} - I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n(x-1)\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$.

Question 2, le signe

Sur $[0\,;1]$, $x - 1 \leq 0$, $x^n \geq 0$ et $\mathrm{e}^{-x} > 0$, donc la fonction intégrée est négative et $I_{n+1} - I_n \leq 0$. La suite est décroissante.

← *on étudie le signe de ce qui est dans l'intégrale*

Question 3

La suite (I_n) est décroissante et minorée par 0. D'après le théorème de la limite monotone, elle converge.

Au bac, sur ce chapitre

2026 **Centres étrangers jour 2 11 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Métropole jour 2 17 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Amérique du Sud jour 2 13 novembre 2026** · exercice 3 — Corrigé ↗

2026 **Nouvelle-Calédonie jour 1 19 novembre 2026** · exercice 2 — Corrigé ↗

2025 **Amérique du Nord jour 2 22 mai 2025** · exercice 4 — Corrigé ↗

2025 **Polynésie jour 1 17 juin 2025** · exercice 3 — Corrigé ↗

Les 8 sujets qui en parlent

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/integration/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits