TERMINALE / FICHE DE RÉVISION

Dérivation et convexité

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

L'image. La voiture roule sur la courbe. f' = la pente de la route. f'' = le sens du volant : $f'' \geq 0$, la route fait un bol (convexe) ; $f'' \leq 0$, une bosse (concave). Changement de sens du volant = point d'inflexion.

01 Dériver une composée

- $\big(g(ax+b)\big)' = a\,g'(ax+b)$; $(g \circ u)' = u' \times g' \circ u$.
- $(\mathrm{e}^u)' = u'\mathrm{e}^u$; $(u^n)' = n\,u'u^{n-1}$; $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$; $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$.

Convexité

Convexe sur I : $f'' \geq 0 \iff f'$ croissante $\iff$ courbe **au-dessus** de ses tangentes, **en dessous** de ses cordes.
Concave sur I : $f'' \leq 0 \iff f'$ décroissante $\iff$ courbe **en dessous** de ses tangentes.

03 La méthode type bac

1. Je calcule f', puis f''.
2. J'étudie le **signe** de f'' (tableau de signes).
3. J'en déduis les intervalles où f est convexe ou concave.
4. Là où f'' s'annule **en changeant de signe** : point d'inflexion. Je calcule son ordonnée.

04 À connaître

- x^2, e^x : convexes sur $\mathbb{R}$. $\sqrt{x}$: concave.
- $\mathrm{e}^x \geq x+1$ pour tout x (tangente en 0).
- Tangente en a : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Les pièges

- Convexe ne veut pas dire croissante : la convexité se lit sur f'', pas sur f'.
- $f''(a) = 0$ ne suffit pas : il faut un **changement de signe** (x^4 en 0 n'a pas de point d'inflexion).
- Ne pas oublier le facteur u' dans la dérivée d'une composée.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/derivation-et-convexite/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits