TERMINALE / EXERCICES CORRIGÉS

Dérivation et convexité

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Dériver des composées

Application

Dériver les fonctions suivantes.

1. $f(x) = \mathrm{e}^{x^2-3x}$
2. $g(x) = (2x+5)^3$
3. $h(x) = \sqrt{4x+1}$ sur $\left]-\frac{1}{4}\,;+\infty\right[$

Indice

Repère à chaque fois la fonction u à l'intérieur, et calcule u'.

Question 1

$u = x^2-3x$, $u' = 2x-3$, donc $f'(x) = (2x-3)\,\mathrm{e}^{x^2-3x}$.

Question 2

$u = 2x+5$, $u' = 2$, donc $g'(x) = 3 \times 2 \times (2x+5)^2 = 6(2x+5)^2$.

Question 3

$u = 4x+1$, $u' = 4$, donc $h'(x) = \dfrac{4}{2\sqrt{4x+1}} = \dfrac{2}{\sqrt{4x+1}}$.

← *ne jamais oublier u'*

Ex. 2 Convexité d'un polynôme

Méthode

Soit $f(x) = x^3+3x^2-2$. Étudier la convexité de f et donner son point d'inflexion.

Indice

Calcule f'' et étudie son signe.

Les dérivées

$f'(x) = 3x^2+6x$ et $f''(x) = 6x+6 = 6(x+1)$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/derivation-et-convexite/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Le signe de f"

$f''(x) \leq 0$ pour $x \leq -1$ et $f''(x) \geq 0$ pour $x \geq -1$.

← *le volant change de sens en -1*

Conclusion

f est concave sur $]-\infty\,;-1]$ et convexe sur $[-1\,;+\infty[$. f'' s'annule en changeant de signe en -1 et $f(-1) = -1+3-2 = 0$: le point $(-1\,;0)$ est un point d'inflexion.

Ex. 3 Convexité avec une exponentielle ●●○ Méthode

Soit $f(x) = x\,\mathrm{e}^x$ sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
2. Étudier la convexité de f.

Indice

Dérivée d'un produit, $(uv)' = u'v + uv'$. Factorise par e^x.

La dérivée

$f'(x) = 1 \times \mathrm{e}^x + x\,\mathrm{e}^x = (x+1)\,\mathrm{e}^x$.

La dérivée seconde

$f''(x) = \mathrm{e}^x + (x+1)\,\mathrm{e}^x = (x+2)\,\mathrm{e}^x$.

Le signe

$\mathrm{e}^x > 0$, donc f'' est du signe de $x+2$.

← *l'exponentielle est toujours positive*

Conclusion

f est concave sur $]-\infty\,;-2]$ et convexe sur $[-2\,;+\infty[$. Point d'inflexion en $\left(-2\,;-2\mathrm{e}^{-2}\right)$.

Ex. 4 Position par rapport à une tangente ●●○ Application

Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{2x}$.

1. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe de g au point d'abscisse 0.
2. Justifier que la courbe de g est au-dessus de T sur $\mathbb{R}$.

Indice

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/derivation-et-convexite/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Une fonction convexe est au-dessus de ses tangentes.

La tangente

$g'(x) = 2\mathrm{e}^{2x}$, donc $g'(0) = 2$ et $g(0) = 1$. T a pour équation $y = 2(x - 0) + 1$, soit $y = 2x + 1$.

La convexité

$g''(x) = 4\mathrm{e}^{2x} > 0$ sur $\mathbb{R}$, donc g est convexe sur $\mathbb{R}$.

Conclusion

Une fonction convexe est au-dessus de ses tangentes, donc $\mathrm{e}^{2x} \geq 2x + 1$ pour tout réel x.

Ex. 5 Lire la convexité sur f' ●●○ Piège

On donne le tableau de variations de la **dérivée** f' : f' est croissante sur $]-\infty\,;2]$ et décroissante sur $[2\,;+\infty[$, avec $f'(2) = -1$.

1. Étudier la convexité de f.
2. Un élève dit : « f' est croissante sur $]-\infty\,;2]$, donc f est croissante sur cet intervalle. » A-t-il raison ?

Indice

Les variations de f' donnent la convexité, le signe de f' donne les variations de f.

Question 1

f' croissante sur $]-\infty\,;2]$, donc f est convexe sur cet intervalle. f' décroissante sur $[2\,;+\infty[$, donc f est concave. Le point d'abscisse 2 est un point d'inflexion.

Question 2

L'élève confond pente et volant. f' atteint son maximum en 2 et ce maximum vaut -1 : donc $f'(x) \leq -1 < 0$ partout.

← *le maximum de f' est négatif*

Conclusion

f est décroissante sur $\mathbb{R}$, même là où elle est convexe. L'élève a tort.

Ex. 6 Étude complète type bac ●●● Type bac

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - 3)\,\mathrm{e}^x$.

1. Montrer que $f'(x) = (x^2 + 2x - 3)\,\mathrm{e}^x$ et étudier les variations de f.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/derivation-et-convexite/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

2. Montrer que $f''(x) = (x^2 + 4x - 1)\,\mathrm{e}^x$.
3. En déduire le nombre de points d'inflexion de la courbe.

Indice
$x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$. Pour $x^2 + 4x - 1$, calcule le discriminant.

Question 1, la dérivée

$f'(x) = 2x\,\mathrm{e}^x + (x^2 - 3)\,\mathrm{e}^x = (x^2 + 2x - 3)\,\mathrm{e}^x$.

Question 1, les variations

$f'(x) = (x-1)(x+3)\,\mathrm{e}^x$, du signe de $(x-1)(x+3)$. f est croissante sur $]-\infty\,;-3]$, décroissante sur $[-3\,;1]$, croissante sur $[1\,;+\infty[$.

Question 2

$f''(x) = (2x+2)\,\mathrm{e}^x + (x^2 + 2x - 3)\,\mathrm{e}^x = (x^2 + 4x - 1)\,\mathrm{e}^x$.

Question 3, le signe de f"

$\Delta = 16 + 4 = 20 > 0$. Le trinôme a deux racines, $-2 - \sqrt{5}$ et $-2 + \sqrt{5}$, et change de signe en chacune.

← *un trinôme change de signe en chaque racine simple*

Conclusion

La courbe a deux points d'inflexion, d'abscisses $-2 - \sqrt{5}$ et $-2 + \sqrt{5}$. f est convexe sur $]-\infty\,;-2-\sqrt{5}]$ et sur $[-2+\sqrt{5}\,;+\infty[$, concave entre les deux.

Au bac, sur ce chapitre

2026 **Amérique du Nord jour 1 20 mai 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Asie jour 2 10 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Centres étrangers jour 1 10 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Antilles, Guyane jour 1 16 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Antilles, Guyane jour 2 17 juin 2026** · exercice 4 — Corrigé ↗

2026 **Polynésie jour 1 16 juin 2026** · exercice 2 — Corrigé ↗

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/derivation-et-convexite/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Les 68 sujets qui en parlent

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/derivation-et-convexite/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits