TERMINALE / EXERCICES CORRIGÉS

Dénombrement et combinatoire

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Le bon outil ●○○ Méthode

Dans chaque cas, dire s'il s'agit de k-uplets, d'arrangements ou de combinaisons, puis calculer.

1. Le nombre de mots de passe de 4 lettres (26 lettres possibles).
2. Le nombre de façons d'élire un président et un trésorier dans un club de 20 membres.
3. Le nombre de façons de choisir 4 élèves parmi 25 pour une sortie.

Indice

Pose-toi deux questions, l'ordre compte-t-il, les répétitions sont-elles possibles.

Question 1

Ordre important, répétitions possibles, ce sont des 4-uplets. $26^4 = 456\,976$.

Question 2

Ordre important (les rôles sont différents), sans répétition, ce sont des arrangements. $20 \times 19 = 380$.

← le podium à 2 marches

Question 3

Ordre sans importance, ce sont des combinaisons. $\binom{25}{4} = \frac{25\times24\times23\times22}{24} = 12\,650$.

Ex. 2 Calculer des coefficients binomiaux ●○○ Application

Calculer $\binom{8}{3}$, $\binom{8}{5}$ et $\binom{20}{18}$ sans calculatrice.

Indice

Utilise la symétrie pour les deux derniers.

Le premier

$\binom{8}{3} = \frac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/denombrement/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Le deuxième

Par symétrie, $\binom{8}{5} = \binom{8}{3} = 56$.

Le troisième

$\binom{20}{18} = \binom{20}{2} = \frac{20\times19}{2} = 190$.

Ex. 3 Au moins un ●●○ Méthode

Une urne contient 6 boules rouges et 4 boules vertes. On tire simultanément 3 boules.

1. Combien de tirages possibles ?
2. Combien de tirages contiennent au moins une boule verte ?

Indice

Compte les tirages sans aucune boule verte.

Question 1

Tirage simultané, donc sans ordre. $\binom{10}{3} = 120$ tirages.

Le contraire

Le contraire de « au moins une verte » est « aucune verte », c'est-à-dire 3 rouges : $\binom{6}{3} = 20$ tirages.

← on compte le contraire

Question 2

$120 - 20 = 100$ tirages contiennent au moins une boule verte.

Ex. 4 Deux groupes en même temps ●●○ Application

Dans une classe de 15 filles et 13 garçons, on forme une équipe de 5 élèves.

1. Combien d'équipes de 3 filles et 2 garçons ?
2. Combien d'équipes ont au plus un garçon ?

Indice

Pour la question 2, sépare les cas « 0 garçon » et « 1 garçon », puis additionne.

Question 1

$\binom{15}{3} \times \binom{13}{2} = 455 \times 78 = 35\,490$.

← et = on multiplie

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/denombrement/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Question 2, 0 garçon

$\binom{15}{5} = 3\,003$.

Question 2, 1 garçon

$\binom{15}{4} \times \binom{13}{1} = 1\,365 \times 13 = 17\,745$.

Conclusion

Les deux cas ne se recoupent pas, on additionne, $3\,003 + 17\,745 = 20\,748$ équipes.

Ex. 5 Les anagrammes ●●○ Piège

Combien d'anagrammes (mots, ayant un sens ou non) peut-on former avec les lettres du mot MATHS ? Et avec celles du mot ELLE ?

Indice

Dans ELLE, échanger les deux L ne change pas le mot.

MATHS

5 lettres toutes différentes, ce sont les permutations, $5! = 120$.

ELLE, le piège

$4! = 24$ compte chaque mot plusieurs fois : échanger les deux E ou les deux L donne le même mot.

ELLE, le bon calcul

On divise par $2!$ pour les E et par $2!$ pour les L, $\frac{24}{2\times 2} = 6$ anagrammes. On peut aussi choisir les 2 places des E parmi 4, $\binom{4}{2} = 6$.

Ex. 6 Démontrer avec les combinaisons ●●● Type bac

1. Montrer par le calcul que $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$ pour $1 \leq k \leq n$.
2. Interpréter cette égalité en comptant de deux façons le nombre de façons de choisir, dans un groupe de n personnes, un comité de k personnes avec un président parmi elles.

Indice

Écris les deux membres avec des factorielles.

Question 1

$k\binom{n}{k} = k \times \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!\,(n-k)!}$ et $n\binom{n-1}{k-1} = n \times \frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!\,(n-k)!}$. Les deux sont égaux.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/denombrement/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Première façon de compter

Je choisis le comité ($\binom{n}{k}$ façons), puis le président parmi ses k membres (k façons). Total $k\binom{n}{k}$.

Seconde façon de compter

Je choisis d'abord le président (n façons), puis les $k-1$ autres membres parmi les $n-1$ restants. Total $n\binom{n-1}{k-1}$.

← *même ensemble, compté deux fois*

Conclusion

On compte le même ensemble de deux façons, d'où l'égalité.

Au bac, sur ce chapitre

2025 **Métropole jour 1 9 septembre juin 2025** · exercice 4 — Corrigé ↗

2024 **Centres étrangers jour 2 5 juin 2024** · exercice 1 — Corrigé ↗

2021 **Asie 7 juin 2021 (candidats libres)** · exercice 3 — Corrigé ↗

Les 3 sujets qui en parlent

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/denombrement/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits