TERMINALE / FICHE DE RÉVISION

Continuité

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

L'image. Continue = on trace la courbe **sans lever le crayon**. Si le crayon part sous la rivière $y = k$ et arrive au-dessus, il la traverse au moins une fois (TVI). S'il ne fait que monter, une seule fois (corollaire).

01 Les fonctions continues

- Polynômes, e^x, $\cos$, $\sin$: continues sur $\mathbb{R}$. $\sqrt{x}$: sur $[0\,;+\infty[$.
- Sommes, produits, quotients, composées de fonctions continues : continues.
- **Dérivable implique continue** (la réciproque est fausse : $|x|$ en 0).

02 Les théorèmes

TVI. f continue sur $[a\,;b]$, k entre $f(a)$ et $f(b)$: $f(x) = k$ a **au moins une** solution.
Corollaire. Si en plus f est **strictement monotone** : **une unique** solution.

03 La rédaction type bac

1. « f est continue sur $[a\,;b]$ (car dérivable, ou polynôme…). »
2. « f est strictement croissante (ou décroissante) sur $[a\,;b]$. »
3. « $f(a) = \ldots$ et $f(b) = \ldots$, donc k est compris entre $f(a)$ et $f(b)$. »
4. « D'après le corollaire du TVI, $f(x) = k$ admet une unique solution α dans $[a\,;b]$. »

04 Encadrer

- **Balayage** : je calcule f avec un pas de $0{,}1$, puis $0{,}01$, et je repère le changement de signe.
- **Dichotomie** : je coupe l'intervalle en deux et je garde la moitié où le signe change.

05 Suites

Si $u_{n+1} = f(u_n)$, $u_n \to \ell$ et f continue en ℓ, alors $f(\ell) = \ell$.

Les pièges

- TVI seul = au moins une solution, pas une seule.
- Ne pas oublier de citer la **continuité** : sans elle, le crayon peut sauter la rivière.
- Vérifier que k est bien **entre** $f(a)$ et $f(b)$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/terminale/continuite/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits