SECONDE / COURS

Les vecteurs du plan

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

On donne quatre points $A(1\,;2)$, $B(4\,;3)$, $C(6\,;7)$ et $D(3\,;6)$. Le quadrilatère $ABCD$ est-il un parallélogramme ? Et les points A, B et $E(10\,;5)$ sont-ils alignés ?

Les deux questions se règlent en quelques lignes avec un seul outil : le **vecteur**.

01 L'idée : le palet qui glisse sur la glace

Imagine un palet de hockey qu'on pousse sur la glace. Son déplacement a trois caractéristiques :

- une **direction** (la droite qu'il suit) ;
- un **sens** (vers où il part sur cette droite) ;
- une **longueur** (la distance parcourue).

Un **vecteur**, c'est exactement ça : un déplacement. Peu importe d'où part le palet, si on le pousse de la même façon, c'est le même vecteur.

01 Vecteur et translation

La **translation** qui envoie A sur B fait glisser tous les points du plan de la même façon. On la note avec le vecteur $\vec{AB}$.

- $\vec{AB} = \vec{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un **parallélogramme** (attention à l'ordre des lettres).
- Le vecteur nul $\vec{0} = \vec{AA}$ ne déplace rien.
- $\vec{BA} = -\vec{AB}$: même direction, même longueur, sens contraire.

La relation de Chasles

Pour tous points A, B, C : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

Deux glissades à la suite, de A à B puis de B à C, reviennent à une seule glissade de A à C. La lettre du milieu « disparaît ».

Coordonnées

Dans un repère, si $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$:

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/vecteurs/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

- $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ (arrivée moins départ) ;
- le **milieu** I de $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$;
- dans un repère orthonormé, $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Si $u\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et k réel, alors $ku\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

Colinéarité

Deux vecteurs sont **colinéaires** s'ils ont la même direction, c'est-à-dire si l'un est un multiple de l'autre : $v = ku$.

Avec les coordonnées : $u\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $v\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si leur **déterminant** est nul : $\det(u, v) = xy' - x'y = 0$.

Applications : A, B, C sont **alignés** si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Les droites (AB) et (CD) sont **parallèles** si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Retour au problème

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ils sont égaux, donc $ABCD$ est un parallélogramme.

$\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$, et $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = 3 \times 3 - 9 \times 1 = 0$. A, B, E sont alignés.

Ces vecteurs servent aussi à écrire les équations de droites, et reviendront en Première avec le produit scalaire.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/vecteurs/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits