SECONDE / COURS

Probabilités et échantillonnage

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir un coeur **ou** un roi ? Et si un sondage sur 400 personnes donne 52 % pour un candidat, peut-on être sûr qu'il a la majorité dans toute la population ?

La première question se règle avec les **règles de calcul** des probabilités. La seconde avec l'**échantillonnage**.

01 L'idée : le sac de billes et la cuillère de soupe

- Une expérience aléatoire, c'est **plonger la main dans un sac de billes** sans regarder. Chaque bille a la même chance de sortir : la probabilité d'une couleur, c'est la part de billes de cette couleur dans le sac.
- Un échantillon, c'est **goûter la soupe avec une cuillère**. Si la soupe est bien mélangée, une cuillère donne une bonne idée du goût de toute la casserole. Mais deux cuillères ne donnent jamais exactement le même goût : c'est la **fluctuation**.

01 Vocabulaire

- L'**univers** Ω est l'ensemble des issues possibles.
- Un **événement** est une partie de l'univers.
- Une **loi de probabilité** associe à chaque issue un nombre entre 0 et 1, avec une somme égale à 1.
- En situation d'**équiprobabilité** (toutes les issues ont la même chance) : $P(A) = \dfrac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre total d'issues}}$.

Combiner des événements

- $A \cap B$ (« A et B ») : les deux se réalisent.
- $A \cup B$ (« A ou B ») : au moins l'un des deux se réalise.
- $\bar{A}$ (« non A ») : l'événement **contraire**, $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Si A et B sont **incompatibles** ($A \cap B = \varnothing$), alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/probabilites/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Pour organiser les cas, on utilise un **tableau à double entrée** ou un **arbre**. Les arbres pondérés et les probabilités conditionnelles viendront en Première, dans Probabilités conditionnelles.

Échantillonnage

On s'intéresse à un caractère présent dans une population avec une proportion p. On prélève au hasard un **échantillon** de taille n, et on y observe une fréquence f.

- f change d'un échantillon à l'autre : c'est la **fluctuation d'échantillonnage**.
- Plus n est grand, plus les fréquences observées sont proches de p.
- Pour n assez grand, **au moins 95 %** des échantillons ont une fréquence dans l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

Une simulation (au tableur ou en Python, voir Algorithmique) permet de voir ce phénomène : on répète l'expérience, on calcule les fréquences, et elles se resserrent autour de p.

Retour au problème

- Coeur ou roi : 8 coeurs, 4 rois, dont 1 roi de coeur. $P = \frac{8}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$. $P(C \cup R) = \frac{11}{32} \approx 0{,}34$.
- Le sondage : avec $n = 400$, $\frac{1}{\sqrt{400}} = 0{,}05$. Une fréquence de 52 % est compatible avec une proportion réelle entre environ 47 % et 57 %. On ne peut pas être sûr que le candidat a la majorité.

En Terminale, la loi des grands nombres dira précisément pourquoi la cuillère de soupe finit par avoir le bon goût.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/probabilites/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits