SECONDE / COURS

Généralités sur les fonctions

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Le prix d'un trajet en taxi dépend de la distance : 4 € de prise en charge, puis 1,50 € par kilomètre. Combien coûte un trajet de 12 km ? Quelle distance peut-on faire avec 25 € ? Une **fonction** répond aux deux questions, dans un sens puis dans l'autre.

01 L'idée : la machine à transformer

Une fonction f est une **machine** : on met un nombre x à l'entrée, elle en ressort un seul, $f(x)$.

- Le nombre qui ressort est l'**image** de x.
- Si on connaît la sortie et qu'on cherche ce qu'il fallait mettre à l'entrée, on cherche un **antécédent**.

Le taxi : $f(x) = 4 + 1{,}5x$. Entrée 12 km, sortie $f(12) = 22$ €.

01 Vocabulaire

- L'**ensemble de définition** D_f est l'ensemble des x qu'on a le droit de mettre dans la machine.
- Si $f(a) = b$, alors b est **l'image** de a, et a est **un antécédent** de b.
- La **courbe représentative** $\mathcal{C}_f$ est l'ensemble des points $M(x\,;f(x))$. Un point $M(x\,;y)$ est sur la courbe si et seulement si $y = f(x)$.

Exemple : avec $f(x) = \frac{1}{x-2}$, on ne peut pas mettre $x = 2$ (division par 0). $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Résoudre graphiquement

- $f(x) = k$: on trace la droite horizontale $y = k$, on lit les **abscisses** des points d'intersection avec $\mathcal{C}_f$.
- $f(x) > k$: on lit les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés **au-dessus** de la droite.
- $f(x) = g(x)$: abscisses des points d'intersection des deux courbes.

Le profil de la randonnée

Regarde la courbe comme le **profil d'une randonnée**, parcouru de gauche à droite.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/generalites-sur-les-fonctions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

- f est **croissante** sur I quand on **monte** : si $a < b$ dans I, alors $f(a) \leq f(b)$.
- f est **décroissante** sur I quand on **descend** : si $a < b$, alors $f(a) \geq f(b)$.
- Le **maximum** est le plus haut sommet, le **minimum** le point le plus bas.

On résume tout dans un **tableau de variations** : une flèche qui monte, une flèche qui descend, et les valeurs aux sommets.

Le **signe** de f : $f(x) > 0$ quand la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses (au-dessus du niveau de la mer), négatif en dessous. On le résume dans un **tableau de signes**.

Exemple guidé

Soit $f(x) = x^2 - 4x$ sur $[0\,;5]$. Calcule l'image de 1, trouve les antécédents de 0, puis décris les variations à partir d'un tableau de valeurs.

1. **Image de 1** : on remplace x par 1. $f(1) = 1 - 4 = -3$.
2. **Antécédents de 0** : on résout $x^2 - 4x = 0$, soit $x(x-4) = 0$. Les antécédents sont 0 et 4.
3. **Tableau de valeurs** : $f(0) = 0$, $f(1) = -3$, $f(2) = -4$, $f(3) = -3$, $f(4) = 0$, $f(5) = 5$.
4. **Variations** : les valeurs descendent jusqu'à $x = 2$, puis remontent. f est décroissante sur $[0\,;2]$ et croissante sur $[2\,;5]$. Son minimum vaut -4, atteint en $x = 2$.

Un tableau de valeurs suggère les variations, la courbe les confirme. En Première, la dérivée permettra de les démontrer.

Retour au problème

- Pour 12 km : $f(12) = 4 + 18 = 22$ €.
- Avec 25 € : on cherche l'antécédent de 25. $4 + 1{,}5x = 25 \iff x = 14$. On peut faire 14 km.

Les grandes familles de fonctions sont dans le chapitre suivant : Fonctions de référence.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/generalites-sur-les-fonctions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits