SECONDE / COURS

Équations de droites et systèmes

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Deux forfaits de téléphone : le forfait A coûte 10 € par mois plus 2 € par giga, le forfait B coûte 25 € par mois plus 0,50 € par giga. À partir de combien de gigas le forfait B devient-il plus intéressant ?

Chaque forfait est une **droite**. La réponse est l'endroit où les deux droites se **croisent**.

01 L'idée : la pente d'une route, et le carrefour

Une droite, c'est une **route toute droite** vue de profil.

- Sa **pente** dit de combien on monte quand on avance de 1 vers la droite : c'est le **coefficient directeur** m.
- Là où la route coupe l'axe des ordonnées, c'est l'**ordonnée à l'origine** p.

Et deux routes qui se croisent forment un **carrefour** : trouver ce point, c'est résoudre un **système**.

01 Équation réduite

Toute droite non verticale a une équation de la forme $y = mx + p$: c'est son **équation réduite**.

- m est le coefficient directeur. Pour deux points A et B de la droite : $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
- p est l'ordonnée à l'origine : la droite passe par $(0\,;p)$.

Une droite **verticale** a une équation de la forme $x = c$.

Lecture graphique : depuis un point de la droite, on avance de 1, on monte de m (ou on descend si $m < 0$).

Vecteur directeur et équation cartésienne

Un **vecteur directeur** de la droite est un vecteur qui donne sa direction (un vecteur $\vec{AB}$ avec A et B sur la droite). La droite $y = mx + p$ a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$.

Toute droite a une **équation cartésienne** $ax + by + c = 0$, avec $(a\,;b) \neq (0\,;0)$. Un vecteur directeur est alors $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$.

Un point $M(x\,;y)$ est sur la droite passant par A et dirigée par $\vec{u}$ si et seulement si $\vec{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires : $\det(\vec{AM}, \vec{u}) = 0$. C'est le déterminant du chapitre Vecteurs.

Droites parallèles

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/equations-de-droites/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Deux droites non verticales sont **parallèles** si et seulement si elles ont le **même coefficient directeur**. Deux routes de même pente ne se croisent jamais (ou sont confondues).

Systèmes de deux équations

Résoudre le système $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$, c'est trouver le point d'intersection des deux droites.

- Si les droites sont sécantes ($ab' - a'b \neq 0$), il y a **une seule solution**.
- Si elles sont parallèles, aucune solution (ou une infinité si elles sont confondues).

Deux méthodes : **substitution** (on isole une inconnue et on la remplace) ou **combinaison** (on multiplie les lignes pour éliminer une inconnue).

Retour au problème

Avec x gigas : forfait A, $y = 2x + 10$; forfait B, $y = 0{,}5x + 25$. Le carrefour :

$$2x + 10 = 0{,}5x + 25 \iff 1{,}5x = 15 \iff x = 10$$

Les deux forfaits coûtent 30 € pour 10 gigas. La droite B a une pente plus faible, donc au-delà de 10 gigas, le forfait B est moins cher.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/equations-de-droites/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits