SECONDE / EXERCICES CORRIGÉS

Les ensembles de nombres et les intervalles

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Ranger dans les poupées

●○○ Application

Pour chaque nombre, donner le plus petit ensemble ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$) qui le contient. 7 ; -4 ; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\sqrt{16}$; $\sqrt{5}$; $\frac{-12}{3}$.

Indice

Simplifie d'abord chaque nombre.

Les entiers

$7 \in \mathbb{N}$. $-4 \in \mathbb{Z}$. $\sqrt{16} = 4 \in \mathbb{N}$. $\frac{-12}{3} = -4 \in \mathbb{Z}$.

← *simplifier d'abord*

Les fractions

$\frac{3}{4} = 0{,}75 \in \mathbb{D}$. $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$ ne s'arrête pas, donc $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$.

La racine

$\sqrt{5}$ est irrationnel, son plus petit ensemble est $\mathbb{R}$.

Ex. 2 Intervalles et inégalités

●○○ Application

1. Écrire sous forme d'intervalle : $-1 \leq x < 4$; $x > 2$; $x \leq 0$.
2. Déterminer $[-3\,;2] \cap [0\,;6]$ et $[-3\,;2] \cup [0\,;6]$.

Indice

Dessine les deux intervalles sur une même droite graduée.

Question 1

$[-1\,;4[\,;]2\,;+\infty[\,;]-\infty\,;0]$.

← *ouvert côté infini*

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/ensembles-de-nombres/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Question 2, l'intersection

Les nombres communs vont de 0 à 2, donc $[-3\,;2] \cap [0\,;6] = [0\,;2]$.

Question 2, la réunion

$[-3\,;2] \cup [0\,;6] = [-3\,;6]$.

Ex. 3 Valeur absolue et distance ●●○ Méthode

Résoudre, en interprétant la valeur absolue comme une distance.

1. $|x-5| = 3$
2. $|x+1| \leq 4$

Indice

$|x+1| = |x-(-1)|$, la distance entre x et -1.

Question 1

Les nombres à distance 3 de 5 sont $5-3=2$ et $5+3=8$. $S = \{2\,;8\}$.

Le signe plus

$|x+1|$ est la distance entre x et $-\mathbf{1}$, pas entre x et 1.

Question 2

x est à moins de 4 de -1, donc $S = [-5\,;3]$.

Ex. 4 Simplifier puissances et racines ●●○ Application

1. Écrire sous la forme a^n : $A = \dfrac{2^5 \times 2^{-3}}{2^4}$.
2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible : $B = \sqrt{72}$ et $C = \sqrt{12} + \sqrt{27}$.

Indice

Cherche un carré parfait caché dans chaque racine.

Question 1

$A = \dfrac{2^{5-3}}{2^4} = 2^{2-4} = 2^{-2}$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/ensembles-de-nombres/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Question 2, B

$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$.

Question 2, C

$\sqrt{12} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$.

← *on additionne comme des x*

Ex. 5 Racine de 2 est irrationnel ●●● Méthode

On suppose que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ avec p et q entiers naturels non nuls, et la fraction **irréductible**.

1. Montrer que $p^2 = 2q^2$, puis que p est pair.
2. On écrit $p = 2k$. Montrer que q est pair aussi.
3. Conclure.

Indice

Le carré d'un nombre impair est impair.

Question 1

En élevant au carré : $2 = \frac{p^2}{q^2}$, donc $p^2 = 2q^2$. p^2 est pair. Si p était impair, p^2 serait impair : donc p est pair.

Question 2

$(2k)^2 = 2q^2$, donc $4k^2 = 2q^2$, donc $q^2 = 2k^2$. Comme avant, q est pair.

Question 3

p et q sont tous les deux pairs, donc la fraction se simplifie par 2 : elle n'était pas irréductible. C'est une contradiction. $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel.

← *raisonnement par l'absurde*

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/ensembles-de-nombres/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits