SECONDE / COURS

Calcul littéral, équations et inéquations

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Résoudre $(2x-1)^2 = 9$. Développer donne une équation avec du x^2 qu'on ne sait pas résoudre directement. Pourtant, en Seconde, on y arrive en trois lignes. Le secret : choisir entre **développer** et **factoriser**.

01 L'idée : le cadeau qu'on emballe

Une expression, c'est comme un cadeau.

- **Développer**, c'est **déballer** : $3(x+2)$ devient $3x+6$. On voit chaque morceau, c'est pratique pour additionner et simplifier.
- **Factoriser**, c'est **emballer** : $3x+6$ redevient $3(x+2)$. On obtient un seul paquet, un **produit**, et c'est la forme qui permet de résoudre une équation.

Et une équation, c'est une **balance** en équilibre : tout ce qu'on fait d'un côté, on le fait de l'autre.

01 Développer

- $k(a+b) = ka + kb$
- $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Les identités remarquables :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemple : $(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$. Le double produit $2 \times 2x \times 3$ est celui qu'on oublie le plus souvent.

Factoriser

Pour emballer, on cherche :

1. un **facteur commun** : $5x^2 - 10x = 5x(x-2)$;
2. sinon, une **identité remarquable** lue à l'envers : $x^2 - 49 = (x-7)(x+7)$.

Le facteur commun peut être une parenthèse entière : $(x+1)(2x-3) + (x+1)(x+4) = (x+1)(3x+1)$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/calcul-litteral/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Les équations

Équation du premier degré. On isole x en faisant la même opération des deux côtés de la balance.

Équation produit nul. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul : $A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$

Équation quotient. $\dfrac{A}{B} = 0 \iff A = 0$ et $B \neq 0$.

Équation $x^2 = a$. Si $a > 0$, deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$. Si $a = 0$, une seule : 0. Si $a < 0$, aucune.

La méthode : tout passer du même côté pour avoir « $\cdots = 0$ », **factoriser**, puis utiliser le produit nul.

Les inéquations

On résout comme une équation, avec une règle en plus : quand on **multiplie ou divise par un nombre négatif**, on **change le sens** de l'inégalité.

Exemple : $3 - 2x \geq 7 \iff -2x \geq 4 \iff x \leq -2$. Donc $S =]-\infty\,;-2]$ (les intervalles sont dans Ensembles de nombres).

Pour une inéquation produit, comme $(x-1)(x+3) > 0$, on fait un **tableau de signes** : une ligne par facteur, et la règle des signes.

Retour au problème

$(2x-1)^2 = 9 \iff (2x-1)^2 - 3^2 = 0$. C'est $a^2 - b^2$, on emballe :

$$\begin{aligned}(2x-1-3)(2x-1+3) &= 0\\ (2x-4)(2x+2) &= 0\\ 2x-4 = 0 \text{ ou } 2x+2 &= 0\end{aligned}$$

$S = \{-1\,;2\}$. Plus tard, en Première, le second degré donnera une méthode pour toutes les équations de ce type.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/seconde/calcul-litteral/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits