PREMIÈRE / EXERCICES CORRIGÉS

Trigonométrie et cercle trigonométrique

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Convertir ●○○ Application

1. Convertir en radians : 45°, 150°, 270°.
2. Convertir en degrés : $\frac{\pi}{5}$, $\frac{7\pi}{6}$.

Indice

$180^\circ = \pi$ rad.

Question 1

$45^\circ = \frac{\pi}{4}$, $150^\circ = \frac{150\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$, $270^\circ = \frac{3\pi}{2}$.

Question 2

$\frac{\pi}{5} = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$ et $\frac{7\pi}{6} = \frac{7\times180^\circ}{6} = 210^\circ$.

← *on remplace π par 180°*

Ex. 2 Mesure principale ●○○ Méthode

Déterminer la mesure principale de $\frac{17\pi}{4}$ et de $-\frac{11\pi}{3}$.

Indice

Retire ou ajoute des tours complets ($2\pi = \frac{8\pi}{4} = \frac{6\pi}{3}$).

Premier réel

$\frac{17\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{16\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\times 2\pi$. Mesure principale $\frac{\pi}{4}$.

Second réel

$-\frac{11\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - \frac{12\pi}{3} = \frac{\pi}{3} - 2\times 2\pi$. Mesure principale $\frac{\pi}{3}$.

← *on enlève des tours de fil*

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/trigonometrie/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Ex. 3 Angles associés ●●○ Méthode

Calculer sans calculatrice $\cos\frac{3\pi}{4}$, $\sin\frac{4\pi}{3}$ et $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$.

Indice

Écris chaque angle à partir de π et d'une valeur remarquable.

Premier

$\frac{3\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4}$, donc $\cos\frac{3\pi}{4} = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Deuxième

$\frac{4\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3}$, donc $\sin\frac{4\pi}{3} = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Troisième

$\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\sin\frac{5\pi}{6} = -\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$.

← *on vérifie le signe sur le cercle*

Ex. 4 Retrouver le cosinus ●●○ Application

On sait que $x \in \left]-\frac{\pi}{2}\,;0\right[$ et $\cos x = \frac{5}{13}$. Calculer $\sin x$.

Indice

Dans quel quart du cercle tombe x ?

Le carré

$\sin^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$, donc $\sin x = \frac{12}{13}$ ou $-\frac{12}{13}$.

Le signe

x est entre $-\frac{\pi}{2}$ et 0, le point est en bas à droite du cercle, son ordonnée est négative.

Conclusion

$\sin x = -\frac{12}{13}$.

Ex. 5 Résoudre sur le cercle ●●○ Méthode

Résoudre dans $]-\pi\,;\pi]$.

1. $2\sin x = \sqrt{3}$
2. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/trigonometrie/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Indice

Deux points du cercle par équation.

Question 1

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. La droite horizontale d'ordonnée $\frac{\sqrt{3}}{2}$ coupe le cercle en $\frac{\pi}{3}$ et $\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$. $S = \left\{\frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3}\right\}$.

Question 2

La droite verticale d'abscisse $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ coupe le cercle en $\frac{3\pi}{4}$ et $-\frac{3\pi}{4}$. $S = \left\{-\frac{3\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4}\right\}$.

← *deux points par tour*

Ex. 6 Le piège de la calculatrice ●●○ Piège

Un élève calcule $\cos(\pi)$ à la calculatrice et obtient $0{,}9985$. Il en conclut que $\cos(\pi) \approx 1$. Où est l'erreur ? Que vaut vraiment $\cos(\pi)$?

Indice

Dans quel mode est la calculatrice ?

L'erreur

La calculatrice est en degrés. Elle a calculé le cosinus de $3{,}14$ degrés, un angle minuscule, d'où un résultat proche de 1.

Sur le cercle

Un demi-tour de fil (π) amène au point $(-1\,;0)$.

Conclusion

$\cos(\pi) = -1$. Il faut régler la calculatrice en radians.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/trigonometrie/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits