PREMIÈRE / EXERCICES CORRIGÉS

Les suites numériques

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Calculer des termes ●○○ Application

1. Soit $u_n = n^2 - 3n$. Calculer u_0, u_1 et u_5.
2. Soit $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = 3v_n - 1$. Calculer v_1, v_2 et v_3.

Indice

Dans la question 2, chaque terme se calcule à partir du précédent.

Question 1

$u_0 = 0$, $u_1 = 1 - 3 = -2$, $u_5 = 25 - 15 = 10$.

Question 2

$v_1 = 3 \times 2 - 1 = 5$, $v_2 = 3 \times 5 - 1 = 14$, $v_3 = 3 \times 14 - 1 = 41$.

← *on avance marche par marche*

Ex. 2 Prouver qu'une suite est arithmétique ●○○ Méthode

Soit $u_n = \dfrac{3n-1}{2}$. Montrer que u est arithmétique et donner sa raison et son premier terme.

Indice

Calcule $u_{n+1} - u_n$.

La différence

$u_{n+1} - u_n = \frac{3(n+1)-1}{2} - \frac{3n-1}{2} = \frac{3}{2}$.

Conclusion

La différence est constante, donc u est arithmétique de raison $\frac{3}{2}$ et de premier terme $u_0 = -\frac{1}{2}$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/suites-numeriques/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Ex. 3 Un pourcentage ●●○ Application

Une ville compte 20 000 habitants en 2025. Sa population baisse de 2 % par an. On note p_n la population en $2025 + n$.

1. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n. Quelle est la nature de la suite ?
2. Exprimer p_n en fonction de n et estimer la population en 2035.

Indice
Baisser de 2 %, c'est multiplier par $0{,}98$.

Question 1

$p_{n+1} = 0{,}98\,p_n$. La suite est géométrique de raison $0{,}98$, de premier terme $p_0 = 20\,000$.

← *la photocopieuse en mode réduction*

Question 2

$p_n = 20\,000 \times 0{,}98^n$ et $p_{10} = 20\,000 \times 0{,}98^{10} \approx 16\,341$.

Conclusion

Environ 16 341 habitants en 2035.

Ex. 4 Somme de termes ●●○ Méthode

1. Calculer $S = 7 + 11 + 15 + \cdots + 87$.
2. Calculer $T = 3 + 6 + 12 + \cdots + 3 \times 2^9$.

Indice
Commence par compter le nombre de termes.

Question 1, le nombre de termes

Suite arithmétique de raison 4. $87 = 7 + 4k$ donne $k = 20$, donc il y a 21 termes.

← *20 marches, 21 termes*

Question 1, la somme

$S = 21 \times \frac{7+87}{2} = 21 \times 47 = 987$.

Question 2

Suite géométrique de raison 2, de 3×2^0 à 3×2^9 : 10 termes. $T = 3 \times \frac{1-2^{10}}{1-2} = 3 \times 1\,023 = 3\,069$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/suites-numeriques/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Ex. 5 Variations d'une suite ●●○ Méthode

Étudier le sens de variation de la suite définie pour $n \geq 0$ par $u_n = n^2 - 6n + 1$.

Indice

Calcule $u_{n+1} - u_n$ et étudie son signe.

La différence

$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 6(n+1) + 1 - n^2 + 6n - 1 = 2n - 5$.

Le signe

$2n - 5 \geq 0 \iff n \geq 2{,}5$, soit $n \geq 3$.

Conclusion

La suite est décroissante jusqu'au rang 3, puis croissante à partir du rang 3 : $u_0 > u_1 > u_2 > u_3$ et $u_3 < u_4 < \dots$

Ex. 6 Suite auxiliaire ●●● Type bac

Soit $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 0{,}5\,u_n + 3$. On pose $v_n = u_n - 6$.

1. Montrer que v est géométrique.
2. En déduire u_n en fonction de n.
3. Que deviennent les termes de u quand n devient grand ?

Indice

Exprime v_{n+1} en fonction de u_n, puis de v_n.

Question 1

$v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = 0{,}5u_n + 3 - 6 = 0{,}5u_n - 3 = 0{,}5(u_n - 6) = 0{,}5\,v_n$. v est géométrique de raison $0{,}5$, avec $v_0 = 5 - 6 = -1$.

← *on factorise par 0,5*

Question 2

$v_n = -0{,}5^n$, donc $u_n = v_n + 6 = 6 - 0{,}5^n$.

Question 3

$0{,}5^n$ devient aussi proche de 0 qu'on veut, donc les termes de u se rapprochent de 6.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/suites-numeriques/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/suites-numeriques/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits