PREMIÈRE / EXERCICES CORRIGÉS

Le second degré

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Résoudre avec le discriminant

●○○ Application

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1. $x^2 - 5x + 6 = 0$
2. $4x^2 - 4x + 1 = 0$
3. $2x^2 + x + 3 = 0$

Indice

Calcule $\Delta = b^2 - 4ac$ à chaque fois.

Question 1

$\Delta = 25 - 24 = 1 > 0$. $x_1 = \frac{5-1}{2} = 2$ et $x_2 = \frac{5+1}{2} = 3$. $S = \{2\,;3\}$.

Question 2

$\Delta = 16 - 16 = 0$. Racine double $x_0 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Question 3

$\Delta = 1 - 24 = -23 < 0$. Pas de racine réelle, $S = \varnothing$.

← *le jet ne touche pas le bassin*

Ex. 2 Sans discriminant

●○○ Méthode

Résoudre dans $\mathbb{R}$, sans calculer Δ.

1. $5x^2 + 2x = 0$
2. $3x^2 - 27 = 0$

Indice

Factorise par x pour la première, isole x^2 pour la seconde.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/second-degre/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Question 1

$x(5x+2)=0 \iff x=0$ ou $x=-\frac{2}{5}$.

Question 2

$x^2=9 \iff x=3$ ou $x=-3$.

← *deux solutions, pas une seule*

Ex. 3 Forme canonique et sommet ●●○ Méthode

Soit $f(x)=2x^2-8x+3$.

1. Déterminer la forme canonique de f.
2. En déduire les variations de f et son extremum.

Indice

Calcule $\alpha=-\frac{b}{2a}$ puis $\beta=f(\alpha)$.

Le sommet

$\alpha=-\frac{-8}{4}=2$ et $\beta=f(2)=8-16+3=-5$.

La forme canonique

$f(x)=2(x-2)^2-5$.

Les variations

$a=2>0$, la parabole est un bol. f est décroissante sur $]-\infty\,;2]$, croissante sur $[2\,;+\infty[$, avec un minimum égal à -5 en 2.

Ex. 4 Une inéquation ●●○ Application

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-x^2+2x+8\geq 0$.

Indice

Trouve les racines, puis utilise le signe de a.

Les racines

$\Delta=4+32=36$. $x_1=\frac{-2-6}{-2}=4$ et $x_2=\frac{-2+6}{-2}=-2$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/second-degre/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Le signe de a

$a = -1 < 0$: le trinôme est négatif à l'extérieur des racines et **positif entre** elles.

← a négatif, le jet d'eau

Conclusion

$S = [-2\,;4]$.

Ex. 5 Racine évidente ●●○ Méthode

Soit $P(x) = 3x^2 - 7x + 4$.

1. Vérifier que 1 est racine de P.
2. Trouver l'autre racine sans calculer Δ, puis factoriser P.

Indice

Le produit des racines vaut $\frac{c}{a}$.

Question 1

$P(1) = 3 - 7 + 4 = 0$, donc 1 est racine.

Question 2, l'autre racine

$1 \times x_2 = \frac{4}{3}$, donc $x_2 = \frac{4}{3}$.

La factorisation

$P(x) = 3(x-1)\left(x - \frac{4}{3}\right) = (x-1)(3x-4)$.

Ex. 6 Problème de bénéfice ●●● Type bac

Une entreprise fabrique x centaines d'objets ($0 \leq x \leq 10$). Son bénéfice, en milliers d'euros, est $B(x) = -x^2 + 8x - 7$.

1. Pour quelles quantités l'entreprise est-elle rentable ($B(x) > 0$) ?
2. Quelle quantité donne un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice ?

Indice

1 est une racine évidente.

Les racines

$B(1) = -1 + 8 - 7 = 0$. Le produit des racines vaut $\frac{-7}{-1} = 7$, donc l'autre racine est 7.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/second-degre/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Question 1

$a = -1 < 0$, donc $B(x) > 0$ strictement entre les racines : $x \in]1\,;7[$. L'entreprise est rentable entre 100 et 700 objets.

Question 2

Le sommet est en $\alpha = -\frac{8}{-2} = 4$, et $B(4) = -16 + 32 - 7 = 9$.

← *au milieu des racines, par symétrie*

Conclusion

Le bénéfice est maximal pour 400 objets, il vaut 9 000 €.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere/second-degre/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits