Suites et modélisation des évolutions

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

On te propose un salaire de départ de 1 800 € par mois, avec deux options d'augmentation chaque année : **A**, + 50 € par an ; **B**, + 2 % par an. Laquelle choisir ?

01 L'idée : l'escalier et la rumeur

Un **escalier** monte de marches toutes **égales** : à chaque pas, tu gagnes la même hauteur. C'est une croissance **linéaire**.

Une **rumeur**, elle, se propage autrement : chaque personne qui la connaît la raconte à d'autres. Plus il y a de gens au courant, plus elle va vite. Le nombre est **multiplié** à chaque étape : c'est une croissance **exponentielle**. Au début elle semble lente, puis elle dépasse n'importe quel escalier.

01 Suites numériques

Une **suite** (u_n) est une liste de nombres numérotés : u_0, u_1, u_2, … Le nombre u_n est le **terme de rang** n.

On peut la définir par une **formule** ($u_n = 3n + 1$) ou par une **relation de récurrence** ($u_{n+1} = u_n + 3$, avec $u_0 = 1$), qui donne chaque terme à partir du précédent.

Au tableur : si u_0 est en A2, on écrit `=A2+3` en A3 puis on recopie vers le bas.

01 Les deux modèles

	Croissance linéaire	Croissance exponentielle
suite	**arithmétique** de raison r	**géométrique** de raison q
récurrence	$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = q \times u_n$
formule	$u_n = u_0 + nr$	$u_n = u_0 \times q^n$
graphique	points alignés	points sur une courbe qui s'envole

Une évolution de $t\,\%$ par étape donne une suite géométrique de raison $q = 1 + \frac{t}{100}$.

Retour au problème

Avec A : $a_n = 1800 + 50n$. Avec B : $b_n = 1800 \times 1{,}02^n$.

Après 10 ans : $a_{10} = 2300$ € et $b_{10} \approx 2194$ €. L'option A est meilleure. Mais au tableur, on voit que B dépasse A à partir de $n = 33$: $a_{33} = 3450$ € et $b_{33} \approx 3460$ €.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere-tronc-commun/suites-et-modelisation/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Sur une carrière de moins de 33 ans, l'option A rapporte plus ; au-delà, l'option B finit par gagner.

La suite : statistiques et probabilités. Pour aller plus loin : les suites de 1re spécialité.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/premiere-tronc-commun/suites-et-modelisation/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits