MATHS EXPERTES / EXERCICES CORRIGÉS

Nombres complexes et géométrie

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Module et argument

Application

Donner le module et un argument de $z_1 = 3i$, $z_2 = -5$ et $z_3 = 1 - i$.

Indice

Place chaque point dans le plan.

Les deux premiers

$|z_1| = 3$, $\arg z_1 = \frac{\pi}{2}$. $|z_2| = 5$, $\arg z_2 = \pi$.

Le troisième

$|z_3| = \sqrt{2}$ et le point est en bas à droite : $\arg z_3 = -\frac{\pi}{4}$.

Ex. 2 Forme exponentielle

Méthode

Écrire $z = -\sqrt{3} + i$ sous forme exponentielle.

Indice

Calcule le module, puis $\cos\theta$ et $\sin\theta$.

Le module

$|z| = \sqrt{3 + 1} = 2$.

L'argument

$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\theta = \frac{1}{2}$, donc $\theta = \frac{5\pi}{6}$.

← en haut à gauche

Conclusion

$z = 2e^{i5\pi/6}$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-expertes/nombres-complexes-et-geometrie/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Ex. 3 Une puissance de tête ●●○ Application

Calculer $(1+i\sqrt{3})^6$.

Indice

$1+i\sqrt{3} = 2e^{i\pi/3}$.

Moivre

$(2e^{i\pi/3})^6 = 2^6 e^{i2\pi} = 64 \times 1$.

Conclusion

$(1+i\sqrt{3})^6 = 64$, un nombre réel.

Ex. 4 Un triangle rectangle isocèle ●●● Type bac

Soit A, B, C d'affixes $z_A = 1+i$, $z_B = 4+2i$ et $z_C = 4i$.

1. Calculer $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$.
2. En déduire la nature du triangle ABC.

Indice

Multiplie par le conjugué du dénominateur.

Question 1

$\frac{-1+3i}{3+i} = \frac{(-1+3i)(3-i)}{10} = \frac{-3+i+9i+3}{10} = i$.

Le module et l'argument

$|i| = 1$ donc $AC = AB$. $\arg i = \frac{\pi}{2}$ donc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$.

Question 2

ABC est rectangle isocèle en A. C s'obtient en faisant tourner B d'un quart de tour autour de A.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-expertes/nombres-complexes-et-geometrie/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits