MATHS COMPLÉMENTAIRES / EXERCICES CORRIGÉS

Suites et modèles d'évolution

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Reconnaître la suite

Piège

Un abonnement coûte 120 € la première année. Dans le cas A, il augmente de 6 € par an. Dans le cas B, il augmente de 5 % par an. Donner le prix de la 3e année (u_2) dans chaque cas.

Indice

Ajouter ou multiplier ?

Cas A

Arithmétique de raison 6 : $u_2 = 120 + 2 \times 6 = 132$ €.

Cas B

Géométrique de raison $1{,}05$ (pas $0{,}05$) : $u_2 = 120 \times 1{,}05^2 = 132{,}30$ €.

Conclusion

132 € dans le cas A, 132,30 € dans le cas B. Les deux modèles s'écartent ensuite de plus en plus.

Ex. 2 Une somme de termes

Application

Léo épargne 50 € le premier mois, puis 10 € de plus chaque mois. Combien a-t-il épargné au total en 12 mois ?

Indice

Le 12e mois correspond à u_{11}.

Le dernier terme

$u_{11} = 50 + 11 \times 10 = 160$.

La somme

$$12 \times \frac{50 + 160}{2} = 12 \times 105 = 1260.$$

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-complementaires/suites-et-modeles-d-evolution/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Conclusion

Léo a épargné 1 260 €.

Ex. 3 Un médicament qui s'élimine ●●○ Méthode

On injecte 80 mg d'un médicament. Chaque heure, l'organisme en élimine 20 %. Au bout de combien d'heures reste-t-il moins de 10 mg ?

Indice

Une baisse de 20 % correspond à $q = 0{,}8$.

Le modèle

$u_n = 80 \times 0{,}8^n$. On cherche $0{,}8^n < 0{,}125$.

Le logarithme

$n \ln 0{,}8 < \ln 0{,}125$. Comme $\ln 0{,}8 < 0$, on change le sens : $n > \frac{\ln 0{,}125}{\ln 0{,}8} \approx 9{,}3$.

← on divise par un négatif

Conclusion

$0{,}8^9 \approx 0{,}134$ et $0{,}8^{10} \approx 0{,}107$. Il faut 10 heures.

Ex. 4 Un lac qu'on repeuple ●●● Type bac

Un lac contient 2 000 poissons. Chaque année, 10 % des poissons disparaissent et on en réintroduit 300. On note u_n le nombre de poissons après n années.

1. Justifier que $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 300$.
2. On pose $v_n = u_n - 3000$. Montrer que (v_n) est géométrique.
3. En déduire u_n et sa limite.

Indice

Calcule v_{n+1} en remplaçant u_{n+1}.

Question 1

Il reste 90 % des poissons, soit $0{,}9u_n$, puis on ajoute 300.

Question 2

$v_{n+1} = 0{,}9u_n + 300 - 3000 = 0{,}9(u_n - 3000) = 0{,}9v_n$, avec $v_0 = -1000$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-complementaires/suites-et-modeles-d-evolution/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Question 3

$v_n = -1000 \times 0{,}9^n$, donc $u_n = 3000 - 1000 \times 0{,}9^n$. Comme $0{,}9^n \to 0$:

Conclusion

u_n tend vers 3 000 poissons.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-complementaires/suites-et-modeles-d-evolution/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits