MATHS COMPLÉMENTAIRES / EXERCICES CORRIGÉS

Primitives, intégrales et calculs d'aires

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Trouver des primitives

Application

Donner une primitive de $f(x) = 4x^3 - 2x + 5$, de $g(x) = e^{2x}$ et de $h(x) = \frac{3}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$.

Indice

Vérifie chaque réponse en la dérivant.

f

$F(x) = x^4 - x^2 + 5x$.

g

$G(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$, car la dérivée de e^{2x} est $2e^{2x}$.

h

$H(x) = 3\ln x$.

Ex. 2 Une aire sous une parabole

Méthode

Calculer l'aire sous la courbe de $f(x) = x^2$ entre $x = 0$ et $x = 3$.

Indice

$f \geq 0$, donc l'aire est une intégrale.

La primitive

$F(x) = \frac{x^3}{3}$.

Le calcul

$F(3) - F(0) = 9 - 0$: l'aire vaut 9 unités d'aire.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-complementaires/integrales-et-aires/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Ex. 3 Une valeur moyenne ●●○ Application

La puissance consommée par une machine est $P(t) = 3t^2$ (en kW) pour $t \in [0\,;2]$ heures. Calculer sa puissance moyenne.

Indice

$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b P$.

L'intégrale

$\int_0^2 3t^2\,\mathrm{d}t = \left[t^3\right]_0^2 = 8$.

La moyenne

$\mu = \frac{8}{2} = 4$ kW.

Ex. 4 L'aire d'un logo ●●● Type bac

Un logo est la surface comprise entre les courbes de $f(x) = x$ et $g(x) = x^2$ sur $[0\,;1]$.

1. Montrer que $f(x) \geq g(x)$ sur $[0\,;1]$.
2. Calculer l'aire du logo en unités d'aire.
3. Une unité vaut 36 cm². Donner l'aire en cm².

Indice

$x - x^2 = x(1-x)$.

Question 1

$f(x) - g(x) = x(1-x) \geq 0$ car $x \geq 0$ et $1 - x \geq 0$.

Question 2

$\int_0^1 (x - x^2)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Question 3

L'aire vaut $\frac{36}{6} = 6$ cm².

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-complementaires/integrales-et-aires/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits