MATHS COMPLÉMENTAIRES / EXERCICES CORRIGÉS

Fonction exponentielle et fonction logarithme

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Simplifier ●○○ Application

Simplifier $A = e^3 \times e^{-1}$, $B = \ln 8 - \ln 2$ et $C = \ln(e^5)$.

Indice

Utilise les règles de calcul, sans calculatrice.

A et C

$A = e^{3-1} = e^2$ et $C = 5 \ln e = 5$.

B

$B = \ln \frac{8}{2} = \ln 4 = 2 \ln 2$.

Ex. 2 Deux équations ●●○ Méthode

Résoudre $e^{2x-1} = 7$, puis $\ln x = 2$.

Indice

$e^X = 7 \iff X = \ln 7$.

La première

$2x - 1 = \ln 7$, donc $x = \frac{1+\ln 7}{2} \approx 1{,}47$.

La seconde

$x > 0$ et $x = e^2 \approx 7{,}39$.

Conclusion

$x = \frac{1+\ln 7}{2}$, puis $x = e^2$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-complementaires/exponentielle-et-logarithme/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Ex. 3 Combien de doublements ●●○ Application

Une population de bactéries double toutes les heures. À partir de combien d'heures a-t-elle été multipliée par plus de 1 000 ?

Indice

On cherche $2^n > 1000$.

Le logarithme

$n > \frac{\ln 1000}{\ln 2} \approx 9{,}97$.

Conclusion

Au bout de 10 heures : $2^{10} = 1024$.

Ex. 4 Un café qui refroidit ●●● Type bac

La température d'un café, en °C, est $f(t) = 20 + 70e^{-0{,}1t}$, où $t \geq 0$ est en minutes.

1. Calculer $f(0)$ et étudier les variations de f.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$ et l'interpréter.
3. Au bout de combien de temps le café passe-t-il sous 40 °C ?

Indice

Isole $e^{-0{,}1t}$ avant d'appliquer $\ln$.

Question 1

$f(0) = 90$. $f'(t) = -7e^{-0{,}1t} < 0$: f est décroissante.

Question 2

$e^{-0{,}1t} \to 0$, donc $f(t) \to 20$: le café tend vers la température de la pièce.

Question 3

$70e^{-0{,}1t} < 20 \iff e^{-0{,}1t} < \frac{2}{7} \iff -0{,}1t < \ln\frac{2}{7} \iff t > 10\ln 3{,}5 \approx 12{,}5$.

← *on divise par -0,1*

Conclusion

Le café passe sous 40 °C au bout d'environ 12,5 minutes.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-complementaires/exponentielle-et-logarithme/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits