MATHS COMPLÉMENTAIRES / EXERCICES CORRIGÉS

Dérivation et convexité

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Dériver ●○○ Application

Dériver $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$, $g(x) = (2x+1)e^x$ et $h(x) = e^{-0{,}5x}$.

Indice

Pour g, c'est un produit.

f et h

$f'(x) = 6x - 5$ et $h'(x) = -0{,}5e^{-0{,}5x}$.

g

$u = 2x+1, v = e^x : g'(x) = 2e^x + (2x+1)e^x$.

Conclusion

$g'(x) = (2x+3)e^x$, en factorisant par e^x.

Ex. 2 Équation de tangente ●○○ Méthode

Déterminer la tangente à la courbe de $f(x) = x^2 - 4x + 1$ au point d'abscisse 3.

Indice

Il faut $f(3)$ et $f'(3)$.

Les deux nombres

$f(3) = 9 - 12 + 1 = -2$ et $f'(x) = 2x - 4$, donc $f'(3) = 2$.

Conclusion

$y = 2(x-3) - 2$, soit $y = 2x - 8$.

Ex. 3 Un tableau de variations ●●○ Application

Étudier les variations de $f(x) = x^3 - 3x$ sur $[-2\,;2]$ et donner ses extremums.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-complementaires/derivation-et-convexite/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Indice

Factorise $f'(x)$.

La dérivée

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$, positive à l'extérieur de $[-1\,;1]$.

Les variations

f croît sur $[-2\,;-1]$, décroît sur $[-1\,;1]$, croît sur $[1\,;2]$. $f(-1) = 2$ et $f(1) = -2$.

Conclusion

Maximum local 2 en $x = -1$, minimum local -2 en $x = 1$.

Ex. 4 Une vidéo virale ●●● Type bac

$N(t) = -t^3 + 9t^2 + 2$ (en milliers de vues), $t \in [0\,;6]$ en jours.

1. Montrer que N est croissante sur $[0\,;6]$.
2. Étudier la convexité de N et donner le point d'inflexion.
3. Interpréter.

Indice

$N'(t) = 3t(6-t)$.

Question 1

$N'(t) = -3t^2 + 18t = 3t(6-t) \geq 0$ sur $[0\,;6]$.

Question 2

$N''(t) = -6t + 18$: positive sur $[0\,;3]$ (convexe), négative sur $[3\,;6]$ (concave). Point d'inflexion $(3\,;56)$.

Question 3

La propagation est la plus rapide au bout de 3 jours, puis elle ralentit.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/maths-complementaires/derivation-et-convexite/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits