ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE TLE / EXERCICES CORRIGÉS

Modèles démographiques, Malthus et ses limites

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Reconnaître le modèle

Application

Une population (en milliers) vaut 50, puis 55, puis 60,5, puis 66,55 sur quatre années consécutives. Linéaire ou exponentielle ?

Indice

Calcule les différences, puis les quotients.

Les différences

5, puis 5,5, puis 6,05 ne sont pas constantes.

Les quotients

$\frac{55}{50} = \frac{60{,}5}{55} = \frac{66{,}55}{60{,}5} = 1{,}1$.

Conclusion

Croissance exponentielle de 10 % par an (suite géométrique de raison 1,1).

Ex. 2 Un temps de doublement

Méthode

Une population de bactéries augmente de 20 % par heure. Au bout de combien d'heures a-t-elle doublé ?

Indice

Cherche le plus petit n tel que $1{,}2^n \geq 2$.

Les essais

$1{,}2^3 \approx 1{,}73$ et $1{,}2^4 \approx 2{,}07$.

Conclusion

Elle a doublé au bout de 4 heures.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-terminale/modeles-demographiques/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Ex. 3 2 % par an pendant 20 ans ●●○ Piège

Une ville de 50 000 habitants croît de 2 % par an. Un élève prévoit $+40\,\%$ en 20 ans, soit 70 000 habitants. Corriger.

Indice

On multiplie par 1,02 chaque année.

L'erreur

Les pourcentages ne s'additionnent pas, ils se composent.

Le calcul

$50\,000 \times 1{,}02^{20} \approx 50\,000 \times 1{,}486 \approx 74\,300$.

Conclusion

Environ 74 300 habitants, soit une hausse d'environ 49 %.

Ex. 4 La catastrophe malthusienne ●●● Type bac

Une population vaut $u_0 = 100$ (en milliers) et augmente de 4 % par an. Les ressources permettent de nourrir $v_0 = 150$ milliers de personnes, et ce nombre augmente de 6 milliers par an.

1. Exprimer u_n et v_n en fonction de n.
2. À l'aide du tableur, on obtient $u_{30} \approx 324{,}3$ et $u_{31} \approx 337{,}3$. Calculer v_{30} et v_{31}.
3. Conclure dans le cadre du modèle, puis critiquer ce modèle.

Indice

Population géométrique, ressources arithmétiques.

Question 1

$u_n = 100 \times 1{,}04^n$ et $v_n = 150 + 6n$.

Question 2

$v_{30} = 330$ et $v_{31} = 336$.

Question 3

$u_{30} < v_{30}$ mais $u_{31} > v_{31}$: à partir de la 31e année, la population dépasse les ressources. En réalité, la natalité baisse et les techniques agricoles progressent : le modèle est trop simple à long terme.

Conclusion

Selon le modèle, les ressources deviennent insuffisantes au bout de 31 ans.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-terminale/modeles-demographiques/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-terminale/modeles-demographiques/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits