ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE TLE / COURS

Le modèle de Hardy-Weinberg, probabilités et génétique des populations

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

La mucoviscidose est une maladie génétique récessive : seules les personnes de génotype aa sont malades. En France, environ une naissance sur 4 000 est concernée. Quelle proportion de la population est porteuse saine (génotype Aa) sans le savoir ?

01 L'idée : deux paquets de cartes

Imagine deux grands paquets de cartes, un pour le père et un pour la mère. Dans chaque paquet, une proportion p des cartes porte la lettre A et une proportion q porte la lettre a. Un enfant reçoit une carte tirée au hasard dans chaque paquet, indépendamment.

Le génotype de l'enfant, c'est la paire de cartes. Calculer les fréquences des génotypes revient à calculer des probabilités sur un arbre à deux tirages indépendants.

01 Fréquences alléliques et génotypes

Un gène a deux allèles A et a, de fréquences p et q dans la population, avec $p + q = 1$. Si les gamètes s'unissent au hasard, l'arbre des deux tirages donne :

$$P(\mathrm{AA}) = p^2 \qquad P(\mathrm{Aa}) = 2pq \qquad P(\mathrm{aa}) = q^2$$

et l'on vérifie $p^2 + 2pq + q^2 = (p+q)^2 = 1$.

01 La stabilité

À la génération suivante, la fréquence de l'allèle A vaut

$$p' = p^2 + \frac{1}{2} \times 2pq = p(p+q) = p$$

Les fréquences alléliques restent **constantes** d'une génération à l'autre, et les fréquences des génotypes sont stables dès la deuxième génération : c'est l'**équilibre de Hardy-Weinberg**.

Les conditions et les écarts

Le modèle suppose une population de **très grande taille**, des unions **au hasard**, et ni **mutation**, ni **sélection**, ni **migration**.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-terminale/hardy-weinberg/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Dans la réalité, si les fréquences observées s'écartent du modèle, c'est le signe qu'une de ces conditions n'est pas remplie : sélection naturelle, dérive génétique dans une petite population, migrations. Un écart au modèle révèle une évolution.

Retour au problème

$q^2 = \frac{1}{4\,000} = 0{,}00025$, donc $q = \sqrt{0{,}00025} \approx 0{,}0158$ et $p \approx 0{,}9842$.

$$2pq \approx 2 \times 0{,}9842 \times 0{,}0158 \approx 0{,}031$$

Environ 3 % de la population, soit une personne sur 32, est porteuse saine.

Pour t'entraîner : les exercices corrigés. La suite : estimer une population. Pour revoir les arbres : probabilités conditionnelles.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-terminale/hardy-weinberg/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits