ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE TLE / COURS

Estimer une population, capture-recapture et intervalle de confiance

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Des biologistes veulent connaître le nombre de truites d'un lac, sans pouvoir toutes les compter. Ils en pêchent 200, les marquent et les relâchent. Une semaine plus tard, ils en pêchent 400, dont 100 sont marquées. Combien de truites vivent dans le lac ?

01 L'idée : les poissons marqués de l'étang

Les poissons marqués se mélangent aux autres. Si tu repêches au hasard, la proportion de poissons marqués dans ton filet devrait être à peu près la même que dans tout l'étang.

Le filet est un **échantillon**, l'étang est la **population**. On estime une proportion inconnue de la population à partir de la fréquence observée dans un échantillon, en acceptant une marge d'erreur.

01 Capture-marquage-recapture

On marque M individus. Lors de la recapture de n individus, m sont marqués. Si les marqués se sont bien mélangés :

$$\frac{m}{n} \approx \frac{M}{N} \qquad \text{donc} \qquad N \approx \frac{M \times n}{m}$$

01 Intervalle de confiance

Dans un échantillon de taille n (assez grand), on observe une fréquence f. La proportion inconnue p dans la population appartient, avec un **niveau de confiance de 95 %**, à l'intervalle

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} \,;\, f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Sa largeur vaut $\frac{2}{\sqrt{n}}$: plus l'échantillon est grand, plus l'estimation est **précise**. Cela signifie que, sur un grand nombre d'échantillons, environ 95 % des intervalles ainsi construits contiennent p.

Retour au problème

Estimation ponctuelle : $N \approx \frac{200 \times 400}{100} = 800$ truites.

Avec la marge d'erreur : $f = \frac{100}{400} = 0{,}25$ et $\frac{1}{\sqrt{400}} = 0{,}05$. La proportion de truites marquées est dans $[0{,}20\,;\,0{,}30]$ au niveau 95 %. Comme $N = \frac{200}{p}$:

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-terminale/estimer-une-population/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

$$\frac{200}{0{,}30} \approx 667 \leq N \leq \frac{200}{0{,}20} = 1\,000$$

Le lac contient environ 800 truites, entre 667 et 1 000 au niveau de confiance 95 %.

Pour t'entraîner : les exercices corrigés. La suite : intelligence artificielle. Pour revoir l'échantillonnage : probabilités et échantillonnage.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-terminale/estimer-une-population/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits