ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE 1RE / EXERCICES CORRIGÉS

Mesurer la Terre, d'Ératosthène aux coordonnées géographiques

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Refaire le calcul d'Ératosthène

●○○ Application

Deux villes sont sur le même méridien, distantes de 555 km. Le même jour à midi, l'angle des rayons du Soleil avec la verticale diffère de 5° entre les deux villes. Estimer la circonférence de la Terre.

Indice

Combien de fois 5° dans 360° ?

La proportionnalité

L'arc de 555 km correspond à un angle au centre de 5°, et le tour complet à 360°.

Le calcul

$\frac{360}{5} = 72$, donc $C = 72 \times 555 = 39\,960$ km.

Conclusion

La circonférence est d'environ 40 000 km.

Ex. 2 Distance le long d'un méridien

●●○ Méthode

Barcelone (latitude $41{,}4^\circ$ N) et Alger (latitude $36{,}8^\circ$ N) sont à peu près sur le même méridien. Avec $R = 6\,371$ km, calculer la distance entre les deux villes le long du méridien.

Indice

L'angle au centre est la différence des latitudes.

L'angle au centre

$\alpha = 41{,}4 - 36{,}8 = 4{,}6^\circ$.

La longueur de l'arc

$L = \frac{4{,}6}{360} \times 2\pi \times 6\,371 \approx 511$ km.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/mesurer-la-terre/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Conclusion

Les deux villes sont distantes d'environ 511 km le long du méridien.

Ex. 3 Le rayon d'un parallèle ●●○ Application

Calculer le rayon puis la longueur du parallèle de latitude 60° N, avec $R = 6\,371$ km.

Indice

$r = R\cos\lambda$.

Le rayon

$r = 6\,371 \times \cos 60^\circ = 6\,371 \times 0{,}5 \approx 3\,186$ km.

La longueur

$2\pi r \approx 2\pi \times 3\,186 \approx 20\,015$ km.

Conclusion

Le parallèle 60° N mesure environ 20 000 km, la moitié de l'équateur.

Ex. 4 Le parallèle est-il le plus court chemin ? ●●● Piège

Deux points A et B sont sur le parallèle 60° N, avec des longitudes 0° et 90° E. On donne $R = 6\,371$ km.

1. Calculer la distance de A à B en suivant le parallèle.
2. L'angle au centre de la Terre entre A et B vaut environ $41{,}4^\circ$. Calculer la distance en suivant le grand cercle passant par A et B.
3. Conclure.

Indice

Sur le parallèle, le rayon est $R\cos 60^\circ$ et l'angle est l'écart de longitude.

Question 1

$L_1 = \frac{90}{360} \times 2\pi \times 6\,371 \times \cos 60^\circ \approx 0{,}25 \times 20\,015 \approx 5\,004$ km.

Question 2

$L_2 = \frac{41{,}4}{360} \times 2\pi \times 6\,371 \approx 4\,603$ km.

Le piège

Le parallèle semble « tout droit » sur une carte, mais ce n'est pas un grand cercle : c'est un détour.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/mesurer-la-terre/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Conclusion

Le grand cercle fait gagner environ 400 km : c'est pour cela que les avions survolent des régions proches du pôle.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/mesurer-la-terre/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits