ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE 1RE / COURS

Mesurer la Terre, d'Ératosthène aux coordonnées géographiques

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Vers 240 avant notre ère, Ératosthène apprend qu'à Syène, le jour du solstice d'été à midi, le Soleil éclaire le fond d'un puits : il est exactement à la verticale. Le même jour, à Alexandrie, à environ 800 km plus au nord, l'ombre d'un bâton indique que les rayons font un angle de $7{,}2^\circ$ avec la verticale. Comment en déduire la longueur du tour de la Terre ?

01 L'idée : les quartiers d'une orange

Coupe une orange en quartiers. Chaque quartier est délimité par un angle au **centre** de l'orange, et par un morceau de peau à l'extérieur. Si tu prends un quartier deux fois plus ouvert, tu obtiens deux fois plus de peau.

C'est toute l'idée : sur un cercle, la longueur d'un arc est proportionnelle à l'angle au centre. Ératosthène a mesuré un « quartier » de Terre (l'angle de $7{,}2^\circ$ et la peau de 800 km) ; il n'a plus qu'à compléter l'orange.

01 Longueur d'un arc de cercle

Sur un cercle de rayon R, un arc d'angle au centre α (en degrés) a pour longueur

$$L = \frac{\alpha}{360} \times 2\pi R$$

C'est un tableau de proportionnalité : 360° correspond au tour complet $2\pi R$.

Les rayons du Soleil arrivent parallèles sur Terre. L'angle mesuré à Alexandrie est donc égal (angles alternes-internes) à l'angle au centre de la Terre entre Syène et Alexandrie.

Latitude, longitude et parallèles

- Un **méridien** est un demi-grand cercle qui relie les deux pôles. Son rayon est celui de la Terre, $R \approx 6\,371$ km.
- La **latitude** λ d'un point est l'angle, mesuré depuis le centre, entre l'équateur et ce point (de 0° à 90° Nord ou Sud).
- La **longitude** est l'angle entre le méridien de Greenwich et le méridien du point (de 0° à 180° Est ou Ouest).
- Le **parallèle** de latitude λ est un cercle de rayon $r = R\cos\lambda$, plus petit que l'équateur.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/mesurer-la-terre/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Le plus court chemin

Sur une sphère, le plus court chemin entre deux points est un arc de **grand cercle** (un cercle de même centre et de même rayon que la Terre). Deux points sur un même méridien : le méridien est un grand cercle, il donne le plus court chemin. Deux points de même latitude (hors équateur) : le parallèle n'est **pas** un grand cercle, c'est un détour.

Retour au problème

L'angle $7{,}2^\circ$ représente $\frac{7{,}2}{360} = \frac{1}{50}$ du tour complet. L'arc de 800 km est donc $\frac{1}{50}$ de la circonférence :

$$C = 50 \times 800 = 40\,000 \text{ km}$$

Ératosthène obtient une circonférence d'environ 40 000 km, très proche de la valeur actuelle (environ 40 030 km au niveau des pôles).

Pour t'entraîner : les exercices corrigés. La suite : le Soleil et l'énergie reçue. Pour revoir la trigonométrie : trigonométrie de 3e.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/mesurer-la-terre/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits