ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE 1RE / COURS

Son et musique, gammes et fréquences

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Le la du diapason vibre à 440 Hz. Un piano moderne a 12 touches (blanches et noires) par octave, toutes séparées par le même intervalle. Quelle est la fréquence du do situé 3 touches au-dessus de ce la ?

01 L'idée : l'escalier en colimaçon

Imagine un escalier en colimaçon. Chaque fois que tu fais un tour complet, tu te retrouves au-dessus de ton point de départ : c'est la **même note**, une octave plus haut. Les marches sont les notes de la gamme.

Pour que toutes les marches aient la même hauteur « à l'oreille », il ne faut pas ajouter le même nombre de hertz à chaque marche, mais multiplier la fréquence par le même nombre.

01 Octave et quinte

La **hauteur** d'une note est liée à sa fréquence f (en hertz). Un **intervalle** entre deux notes est le **rapport** de leurs fréquences.

- **Octave** : rapport 2. La 440 Hz et la 880 Hz sont « la même note ».
- **Quinte** : rapport $\frac{3}{2}$. C'est l'intervalle le plus consonant après l'octave.

Enchaîner deux intervalles, c'est **multiplier** leurs rapports.

01 La gamme de Pythagore

On part d'une note, on monte de quinte en quinte (on multiplie par $\frac{3}{2}$), et chaque fois qu'on dépasse l'octave, on redescend en divisant par 2.

Problème : 12 quintes ne retombent pas exactement sur 7 octaves.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \approx 129{,}7 \qquad 2^7 = 128$$

Le décalage $\frac{129{,}7}{128} \approx 1{,}014$ s'appelle le **comma pythagoricien** : la spirale des quintes ne se referme jamais.

La gamme tempérée

On découpe l'octave en 12 demi-tons **égaux**. Le rapport q d'un demi-ton vérifie $q^{12} = 2$, donc

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/gammes-et-frequences/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

$$q = 2^{1/12} = \sqrt[12]{2} \approx 1{,}0595$$

Une note située n demi-tons au-dessus d'une note de fréquence f_0 a pour fréquence $f = f_0 \times 2^{n/12}$. Les fréquences forment une **suite géométrique**. La quinte tempérée vaut $2^{7/12} \approx 1{,}498$, presque $\frac{3}{2}$.

Retour au problème

Le do est 3 demi-tons au-dessus du la :

$$f = 440 \times 2^{3/12} \approx 440 \times 1{,}189 \approx 523{,}3 \text{ Hz}$$

Le do vibre à environ 523 Hz.

Pour t'entraîner : les exercices corrigés. La suite : numériser un son. Pour revoir les puissances : puissances.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/gammes-et-frequences/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits