ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE 1RE / EXERCICES CORRIGÉS

Cristaux, mailles cubiques et compacité

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

Ex. 1 Compter les atomes ●○○ Application

Une maille cubique centrée possède un atome à chaque sommet et un atome au centre du cube. Combien d'atomes contient-elle ?

Indice

Un sommet compte pour $\frac{1}{8}$, le centre pour 1.

Le décompte

$8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2$.

Conclusion

La maille cubique centrée contient 2 atomes.

Ex. 2 Le rayon d'un atome ●●○ Méthode

L'aluminium cristallise en cubique à faces centrées, avec $a = 405$ pm. Calculer le rayon r d'un atome d'aluminium.

Indice

Les atomes se touchent le long de la diagonale d'une face.

La relation

La diagonale d'une face vaut $a\sqrt{2}$ et contient 4 rayons, donc $r = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Le calcul

$r = \frac{405 \times 1{,}414}{4} \approx 143$ pm.

Conclusion

$r \approx 143$ pm.

Ex. 3 La compacité de la cubique simple ●●○ Piège

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/cristaux-et-mailles/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Montrer que la compacité d'une maille cubique simple vaut $\frac{\pi}{6}$, puis en donner une valeur approchée.

Indice

Une seule sphère par maille, et $a = 2r$.

Le piège

Il y a 8 atomes dessinés aux sommets, mais seulement $8 \times \frac{1}{8} = 1$ atome par maille.

Le calcul

$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{(2r)^3} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{8r^3} = \frac{\pi}{6}$.

Conclusion

Compacité $\frac{\pi}{6} \approx 0{,}52$: près de la moitié de la maille est vide.

Ex. 4 Masse volumique de l'aluminium ●●● Type bac

L'aluminium cristallise en cubique à faces centrées d'arête $a = 405$ pm. Un atome d'aluminium a une masse de $4{,}48 \times 10^{-26}$ kg.

1. Calculer le volume de la maille en m^3.
2. En déduire la masse volumique de l'aluminium.

Indice

4 atomes par maille.

Question 1

$a^3 = (405 \times 10^{-12})^3 \approx 6{,}64 \times 10^{-29}\ \mathrm{m}^3$.

Question 2

$\rho = \frac{4 \times 4{,}48 \times 10^{-26}}{6{,}64 \times 10^{-29}} \approx 2\,700\ \mathrm{kg/m}^3$.

Conclusion

$\rho \approx 2\,700\ \mathrm{kg/m}^3$, la valeur connue de l'aluminium.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/cristaux-et-mailles/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits