ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE 1RE / COURS

Cristaux, mailles cubiques et compacité

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Le cuivre cristallise dans une maille cubique à faces centrées d'arête $a = 361$ pm (1 pm $= 10^{-12}$ m). Un atome de cuivre a une masse de $1{,}055 \times 10^{-25}$ kg. Peut-on retrouver par le calcul la masse volumique du cuivre, environ $8\,960\ \mathrm{kg/m^3}$?

01 L'idée : les pommes du marchand

Le marchand de fruits empile ses pommes. S'il les pose en carrés, bien alignées les unes au-dessus des autres, il reste beaucoup de vide entre elles. S'il décale chaque couche pour que les pommes tombent dans les creux, il en loge beaucoup plus dans le même cageot.

Un cristal, c'est pareil : des atomes (les pommes) rangés selon un motif qui se répète. Le motif de base s'appelle la **maille**. La compacité mesure la part de la maille réellement occupée par les atomes.

01 Compter les atomes d'une maille

Une maille cubique est entourée d'autres mailles identiques. Un atome est donc partagé :

- au **sommet** : entre 8 mailles, il compte pour $\frac{1}{8}$;
- au **centre d'une face** : entre 2 mailles, il compte pour $\frac{1}{2}$;
- au **centre du cube** : il compte pour 1.

Cubique simple : $8 \times \frac{1}{8} = 1$ atome par maille. **Cubique à faces centrées** : $8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$ atomes par maille.

Le contact entre atomes

Les atomes sont des sphères de rayon r qui se touchent.

- **Cubique simple** : contact le long d'une arête, donc $a = 2r$.
- **Faces centrées** : contact le long de la diagonale d'une face. Par le théorème de Pythagore, cette diagonale vaut $a\sqrt{2}$, donc $a\sqrt{2} = 4r$.

Compacité et masse volumique

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/cristaux-et-mailles/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

$$\text{compacité} = \frac{N \times \frac{4}{3}\pi r^3}{a^3} \qquad \rho = \frac{N \times m_{\text{atome}}}{a^3}$$

où N est le nombre d'atomes par maille. Cubique simple : compacité $\frac{\pi}{6} \approx 0{,}52$. Faces centrées : $\frac{\pi}{3\sqrt{2}} \approx 0{,}74$, l'empilement le plus compact possible.

Retour au problème

$N = 4$ et $a = 361 \times 10^{-12}$ m, donc $a^3 \approx 4{,}70 \times 10^{-29}\ \text{m}^3$.

$$\rho = \frac{4 \times 1{,}055 \times 10^{-25}}{4{,}70 \times 10^{-29}} \approx 8\,980\ \text{kg/m}^3$$

Le calcul redonne bien la masse volumique du cuivre, à moins de 1 % près.

Pour t'entraîner : les exercices corrigés. La suite : radioactivité et datation. Pour revoir Pythagore : théorème de Pythagore.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/ens-scientifique-premiere/cristaux-et-mailles/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits