5E / COURS

Prismes et cylindres

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Une boîte de chocolats a la forme d'un prisme droit à base triangulaire : le triangle de base est rectangle, ses côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 8 cm, et la boîte est longue de 20 cm. Une canette est un cylindre de 3 cm de rayon et 11 cm de haut. Laquelle contient le plus ?

01 L'idée : la pile de crêpes

Empile des crêpes toutes identiques : tu obtiens un cylindre. Empile des feuilles triangulaires identiques : tu obtiens un prisme. Le volume, c'est **l'aire d'une crêpe multipliée par la hauteur de la pile**. Une seule formule sert donc pour les deux solides.

01 Le prisme droit

Un **prisme droit** est un solide qui a :

- deux **bases** superposables et parallèles, qui sont des polygones (triangles, quadrilatères, pentagones…) ;
- des **faces latérales** qui sont des **rectangles**, perpendiculaires aux bases.

La **hauteur** est la distance entre les deux bases : c'est la longueur commune des arêtes latérales.

Un pavé droit est un prisme droit particulier : sa base est un rectangle. Un prisme dont la base a n côtés possède n faces latérales, donc $n + 2$ faces en tout.

01 Le cylindre de révolution

Un **cylindre de révolution** a deux bases qui sont des **disques** de même rayon, parallèles. On l'obtient en faisant tourner un rectangle autour d'un de ses côtés. Sa **hauteur** est la distance entre les deux disques.

Le patron

Le **patron** d'un solide est la figure plane qu'on découpe et qu'on plie pour le fabriquer.

- Patron d'un prisme droit : les deux bases, et les faces latérales collées côte à côte en une longue bande rectangulaire.
- Patron d'un cylindre : deux disques et un **rectangle**. La longueur de ce rectangle est égale au **périmètre** du disque, $2\pi r$, puisqu'il s'enroule tout autour.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/5e/prismes-et-cylindres/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Le volume

Pour un prisme droit comme pour un cylindre : $V = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$ Pour le cylindre, la base est un disque : $V = \pi r^2 \times h$.

Les unités suivent : une aire en cm², multipliée par une hauteur en cm, donne un volume en cm³. Et $1\ \text{L} = 1\ \text{dm}^3 = 1\,000\ \text{cm}^3$.

L'aire latérale

L'aire latérale est l'aire de la bande qui entoure le solide : on la « déroule ».

- Prisme droit : $\mathcal{A}_{\text{lat}} = \text{périmètre de la base} \times h$.
- Cylindre : $\mathcal{A}_{\text{lat}} = 2\pi r \times h$.

Exemple guidé

Un prisme droit a pour base un rectangle de 4 cm sur 3 cm, et une hauteur de 10 cm.

1. Aire de la base : $4 \times 3 = 12$ cm².
2. Volume : $12 \times 10 = 120$ cm³.
3. Périmètre de la base : $2 \times (4 + 3) = 14$ cm.
4. Aire latérale : $14 \times 10 = 140$ cm².

Retour au problème

La boîte : la base est un triangle rectangle, d'aire $\dfrac{6 \times 8}{2} = 24$ cm². Volume : $24 \times 20 = 480$ cm³.

La canette : aire de la base $\pi \times 3^2 = 9\pi \approx 28{,}3$ cm². Volume : $9\pi \times 11 = 99\pi \approx 311$ cm³.

La boîte de chocolats contient le plus : 480 cm³ contre environ 311 cm³.

Les pièges

- La hauteur d'un prisme n'est pas forcément « verticale » : c'est la distance entre les deux bases, même si le prisme est couché.
- πr^2 : on élève le **rayon** au carré, pas le diamètre.
- Aire en unités carrées, volume en unités cubes : ne les mélange pas.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/5e/prismes-et-cylindres/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits