4E / COURS

Translations

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Sur un tapis de bagages, toutes les valises avancent ensemble, sans tourner. Comment décrire précisément ce glissement, et comment dessiner où arrivera chaque valise ?

01 L'idée : le tapis de bagages

Pose une valise sur le tapis. Elle glisse en ligne droite, toujours dans la même direction, et chacun de ses coins avance exactement de la même distance. La valise ne tourne pas, ne se retourne pas, ne grandit pas. C'est une **translation**.

01 Définir une translation

Une **translation** est un glissement défini par :

- une **direction** (celle d'une droite) ;
- un **sens** (vers où on va sur cette direction) ;
- une **longueur**.

On la donne souvent par un point et son image : la translation **qui transforme A en B**. On la représente par une **flèche** de A vers B.

Tous les points de la figure se déplacent selon la **même flèche** : même direction, même sens, même longueur. C'est ce qui distingue la translation de la symétrie (où la figure se retourne) et de la rotation (où elle tourne).

Construire l'image d'un point

L'image de M par la translation qui transforme A en B est le point M' tel que $ABM'M$ **est un parallélogramme** (éventuellement aplati).

- **Sur quadrillage** : compte le déplacement de A à B (par exemple 5 carreaux à droite et 2 vers le haut), puis applique-le à M.
- **À la règle et au compas** : trace l'arc de centre M et de rayon AB, puis l'arc de centre B et de rayon AM. Leur intersection est M', du bon côté.
- **À la règle et à l'équerre** : trace la parallèle à (AB) passant par M, puis reporte la longueur AB dans le bon sens.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/translations/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

L'image d'une figure

Pour un segment, on construit l'image des deux extrémités. Pour un polygone, l'image de chaque sommet. Pour un cercle, l'image du centre : le rayon reste le même.

Ce qui est conservé

> Une translation **conserve** les longueurs, les angles, les aires, le parallélisme et l'alignement. L'image d'une droite est une droite **parallèle** à elle.

Une figure et son image sont donc superposables, et ont la même orientation : on peut faire glisser l'une sur l'autre sans la retourner.

Frises et pavages

Une **frise** est obtenue en répétant un motif par la même translation, encore et encore, dans une direction. Un **pavage** remplit tout le plan avec des translations dans deux directions. On en trouve sur les carrelages, les papiers peints, les tissus, et dans les mosaïques de l'Alhambra de Grenade.

Exemple guidé

Sur un quadrillage, $A(1;1)$ a pour image $B(4;3)$. Quelle est l'image de $C(2;5)$?

1. Déplacement de A à B : $+3$ en abscisse, $+2$ en ordonnée.
2. On applique à C : $(2+3;5+2)$.
3. L'image est $C'(5;7)$, et $ABC'C$ est un parallélogramme.

Retour au problème

Le tapis définit une translation : sa direction et son sens sont ceux du tapis, sa longueur est la distance parcourue. Pour savoir où arrive une valise, il suffit de déplacer chacun de ses coins selon la même flèche : la valise arrive identique, juste décalée.

Les pièges

- Une translation ne fait ni tourner ni retourner la figure.
- Dans la construction au compas, l'ordre compte : le parallélogramme est $ABM'M$, pas $ABMM'$.
- La flèche a un sens : la translation qui transforme A en B n'est pas celle qui transforme B en A.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/translations/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits