4E / COURS

Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Un parc rectangulaire mesure 120 m de long et 50 m de large. Pour aller d'un coin au coin opposé, Inès longe les bords. Hugo, lui, coupe en diagonale. Combien de mètres Hugo gagne-t-il ?

01 L'idée : le puzzle des carrés

Dessine un triangle rectangle, puis construis un carré sur chacun de ses trois côtés. Miracle : les deux petits carrés, découpés en morceaux, **remplissent exactement** le grand carré, celui construit sur le plus grand côté.

C'est le théorème de Pythagore : **l'aire du grand carré est la somme des aires des deux petits**. Et un carré construit sur un côté de longueur a a pour aire a^2.

01 Le vocabulaire

Dans un triangle rectangle, le côté **opposé à l'angle droit** s'appelle l'**hypoténuse**. C'est le plus long des trois côtés.

01 Le théorème de Pythagore

Si le triangle ABC est **rectangle en** A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

La racine carrée : si $BC^2 = 25$, alors $BC = \sqrt{25} = 5$ (une longueur est positive). La touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice donne une valeur exacte ou approchée.

Calculer l'hypoténuse : on **additionne** les carrés. **Calculer un autre côté** : on **soustrait**. Exemple : hypoténuse 10, un côté 6, l'autre vaut $\sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$.

La réciproque

Dans un triangle ABC dont $[BC]$ est le plus grand côté :

- si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle est **rectangle en** A (réciproque) ;
- si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle **n'est pas rectangle** (contraposée).

Les bâtisseurs de l'Antiquité utilisaient une **corde à 13 nœuds** régulièrement espacés : en formant un triangle de côtés 3, 4 et 5 intervalles, ils obtenaient un angle droit parfait, car $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/theoreme-de-pythagore/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Méthode : on calcule séparément le carré du plus grand côté, et la somme des carrés des deux autres, puis on compare.

Retour au problème

Le parc est un rectangle : la diagonale est l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés 120 m et 50 m.

$$d^2 = 120^2 + 50^2 = 14\,400 + 2\,500 = 16\,900 \quad \text{donc} \quad d = \sqrt{16\,900} = 130$$

Inès parcourt $120 + 50 = 170$ m, Hugo 130 m. Hugo gagne 40 m.

En 3e, la trigonométrie permet de calculer des longueurs dans un triangle rectangle quand on connaît un angle.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/theoreme-de-pythagore/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits