4E / COURS

Pyramides et cônes

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Un cornet de glace a la forme d'un cône de 3 cm de rayon et de 12 cm de haut. Combien de glace peut-il contenir, sans compter la boule du dessus ? Et la pyramide du Louvre, à base carrée de 35 m de côté et haute de 21,6 m, quel volume d'air enferme-t-elle ?

01 L'idée : le sablier rempli trois fois

Prends un récipient en forme de cône et un cylindre de même base et de même hauteur. Remplis le cône de sable et verse-le dans le cylindre : il faut exactement **trois** cônes pour remplir le cylindre. Le cône contient donc le tiers du cylindre. C'est pareil pour une pyramide et le prisme qui l'entoure.

01 La pyramide

Une **pyramide** est un solide qui a :

- une **base** qui est un polygone ;
- des **faces latérales** qui sont des **triangles** ayant un sommet commun, le **sommet** de la pyramide.

La **hauteur** est le segment issu du sommet et perpendiculaire à la base (ou sa longueur).

Une pyramide est **régulière** si sa base est un polygone régulier (triangle équilatéral, carré…) et si le pied de la hauteur est le centre de la base. Ses faces latérales sont alors des triangles isocèles identiques. Une pyramide dont la base a n côtés a $n+1$ faces, $n+1$ sommets et $2n$ arêtes.

Le cône de révolution

Un **cône de révolution** est obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit. Sa **base** est un disque, son **sommet** est relié à chaque point du cercle par une **génératrice**.

La hauteur relie le sommet au centre du disque de base. La génératrice, la hauteur et le rayon forment un triangle rectangle : on peut donc utiliser le **théorème de Pythagore** pour calculer l'une à partir des deux autres.

Le patron

- Pyramide : la base, et autour d'elle les triangles des faces latérales, rabattus comme les pétales d'une fleur.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/pyramides-et-cones/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

- Cône : un disque et un **secteur de disque** (une part de tarte), dont le rayon est la génératrice.

Le volume

$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$ Pour un cône : $V = \dfrac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$.

C'est exactement le tiers du volume du prisme ou du cylindre de même base et de même hauteur.

Exemple guidé

Une pyramide a pour base un rectangle de 6 cm sur 4 cm et une hauteur de 9 cm.

1. Aire de la base : $6 \times 4 = 24$ cm².
2. Volume : $\dfrac{1}{3} \times 24 \times 9 = 72$ cm³.
3. Le pavé de même base et même hauteur aurait $24 \times 9 = 216$ cm³ : on retrouve bien le tiers.

Retour au problème

Le cornet : $V = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 12 = 36\pi \approx 113$ cm³, soit environ 11 cL de glace (car 1 cL = 10 cm³).

La pyramide du Louvre : $V = \dfrac{1}{3} \times 35^2 \times 21{,}6 = \dfrac{1}{3} \times 1\,225 \times 21{,}6 = 8\,820$ m³.

Les pièges

- N'oublie pas le $\dfrac{1}{3}$: c'est la seule différence avec le prisme.
- La hauteur n'est pas la longueur d'une arête latérale, ni la génératrice du cône.
- Au carré, on met le **rayon**, pas le diamètre.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/pyramides-et-cones/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits