4E / COURS

# Les puissances et la notation scientifique

**Astrolab Cours** · astrolabcours.fr

## 01 Le problème

Une feuille de papier a une épaisseur de 0,1 mm. On la plie en deux, puis encore en deux, et ainsi de suite, 42 fois (en imaginant que ce soit possible). Quelle serait l'épaisseur obtenue ? Plus ou moins que la distance de la Terre à la Lune, environ 384 000 km ?

## 01 L'idée : la feuille pliée

À chaque pliage, l'épaisseur **double**. Après 1 pli : $\times 2$. Après 2 plis : $\times 2 \times 2$. Après 3 plis : $\times 2 \times 2 \times 2$.

Écrire « $\times 2$ » quarante-deux fois serait interminable. On écrit $2^{42}$ : c'est une **puissance**. Et ça grandit beaucoup plus vite qu'on ne l'imagine.

## 01 Les puissances

Pour un nombre $a$ et un entier $n \geq 1$ : $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ On lit « $a$ exposant $n$ » ou « $a$ puissance $n$ ».

Par convention, $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ (pour $a \neq 0$).

**Exposant négatif** : $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$. Exemple : $2^{-3} = \dfrac{1}{8}$.

**Attention aux parenthèses** : $(-3)^2 = 9$, mais $-3^2 = -9$ (seul le 3 est au carré).

## 01 Les puissances de 10

- $10^n = 1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}}$ ; exemple : $10^6 = 1\,000\,000$.
- $10^{-n} = 0,\underbrace{0\ldots0}_{n-1}1$ ; exemple : $10^{-3} = 0{,}001$.
- $10^n \times 10^p = 10^{n+p}$ ; $\dfrac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$ ; $(10^n)^p = 10^{np}$.

Les **préfixes** : kilo ($10^3$), méga ($10^6$), giga ($10^9$), milli ($10^{-3}$), micro ($10^{-6}$), nano ($10^{-9}$).

## La notation scientifique

Tout nombre décimal positif s'écrit de façon unique sous la forme $a \times 10^n$, avec $1 \leq a < 10$ et $n$ entier.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/puissances/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Exemples : $384\,000 = 3{,}84 \times 10^{5}$ ; $0{,}00072 = 7{,}2 \times 10^{-4}$.

C'est l'écriture des scientifiques : on voit tout de suite l'**ordre de grandeur** (la puissance de 10).

## Retour au problème

L'épaisseur est $0{,}1 \times 2^{42}$ mm. La calculatrice donne $2^{42} \approx 4{,}4 \times 10^{12}$.

$$0{,}1 \times 4{,}4 \times 10^{12} = 4{,}4 \times 10^{11}\ \text{mm} = 4{,}4 \times 10^{5}\ \text{km}$$

Soit environ 440 000 km. Avec 42 plis, on dépasserait la Lune.

Au lycée, les puissances se retrouvent dans les ensembles de nombres de Seconde, et ce doublement répété deviendra une suite géométrique en Première.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/puissances/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits