4E / COURS

Proportionnalité et vitesses

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Un TGV parcourt 450 km en 1 h 30 min. Quelle est sa vitesse moyenne ? Combien de temps lui faut-il pour 600 km ? Et le billet, à 80 €, augmente de 5 % : quel est le nouveau prix ?

01 L'idée : le tapis roulant

Sur un tapis roulant d'aéroport qui avance à vitesse constante, chaque seconde te fait avancer de la même distance. En 2 fois plus de temps, tu fais 2 fois plus de chemin. La distance est **proportionnelle** à la durée, et le coefficient est la **vitesse**.

01 Proportionnalité et graphique

Deux grandeurs sont proportionnelles si et seulement si leur représentation graphique est une **droite passant par l'origine**.

Si la droite ne passe pas par l'origine (un abonnement de 10 € plus 2 € par film), ou si ce n'est pas une droite, il n'y a pas proportionnalité.

01 La quatrième proportionnelle

Produit en croix : si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$. On trouve ainsi la valeur manquante : $d = \frac{b \times c}{a}$

Exemple : 3 kg de pommes coûtent 7,20 €. Pour 5 kg : $\frac{5 \times 7{,}20}{3} = 12$ €.

Augmenter ou baisser d'un pourcentage

- Augmenter de t %, c'est multiplier par $1 + \frac{t}{100}$. Augmenter de 5 % : multiplier par 1,05.
- Baisser de t %, c'est multiplier par $1 - \frac{t}{100}$. Baisser de 20 % : multiplier par 0,8.

Cette méthode fait le calcul en une seule étape et évite d'oublier d'ajouter ou de retirer.

La vitesse moyenne

$v = \frac{d}{t}$ $d = v \times t$ $t = \frac{d}{v}$ La vitesse s'exprime en km/h (kilomètres par heure) ou en m/s (mètres par seconde).

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/proportionnalite-et-vitesses/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

C'est une **moyenne** : le TGV ralentit en gare et accélère en ligne droite, mais on fait comme s'il roulait toujours à la même vitesse.

Attention aux durées : 1 h 30 min $=1{,}5$ h, et non 1,30 h. 1 h 15 min $=1{,}25$ h ; 20 min $=\dfrac{1}{3}$ h.

Convertir une vitesse

1 km/h, c'est 1 000 m en 3 600 s, soit $\dfrac{1}{3{,}6}$ m/s. Pour passer de m/s à km/h, on **multiplie par 3,6** ; dans l'autre sens, on **divise par 3,6**. Un piéton à 1,5 m/s marche à $1{,}5\times 3{,}6=5{,}4$ km/h.

Exemple guidé

Une cycliste roule à 18 km/h pendant 40 min. Quelle distance ?

1. Durée en heures : 40 min $=\dfrac{40}{60}=\dfrac{2}{3}$ h.
2. $d=v\times t=18\times\dfrac{2}{3}=12$ km.

Retour au problème

- Vitesse : $v=\dfrac{450}{1{,}5}=300$ km/h.
- Pour 600 km : $t=\dfrac{600}{300}=2$ h.
- Billet : $80\times 1{,}05=84$ €.

Les pièges

- 1 h 30 min ne s'écrit pas 1,30 h.
- Une hausse de 10 % puis une baisse de 10 % ne ramènent pas au prix de départ : $\times 1{,}1\times 0{,}9=\times 0{,}99$.
- Vérifie que la droite passe par l'origine avant de conclure à la proportionnalité.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/proportionnalite-et-vitesses/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits