4E / COURS

Opérations sur les fractions

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Léo a mangé la moitié d'une pizza et Inès un tiers. Quelle part ont-ils mangée à eux deux ? Que vaut un tiers de trois quarts de pizza ? Et combien de verres de $\frac{1}{4}$ de litre peut-on remplir avec $\frac{3}{2}$ litre ?

01 L'idée : redécouper les pizzas

Une moitié et un tiers ne sont pas découpés pareil : on ne peut pas les compter ensemble. On redécoupe les deux pizzas en **sixièmes** : la moitié devient 3 parts, le tiers devient 2 parts. Total : 5 parts sur 6. Pour additionner, il faut des parts de même taille, c'est-à-dire le **même dénominateur**.

01 Additionner et soustraire

1. On écrit les fractions avec un **dénominateur commun** (souvent le plus petit multiple commun des dénominateurs).
2. On additionne ou on soustrait les **numérateurs**, on **garde** le dénominateur : $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$
3. On **simplifie** le résultat.

Exemple : $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$. Le dénominateur commun de 6 et 4 est 12, pas 24 (24 marche aussi, mais oblige à simplifier ensuite).

Un entier est une fraction de dénominateur 1 : $2 + \frac{3}{5} = \frac{10}{5} + \frac{3}{5} = \frac{13}{5}$.

Multiplier

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Pourquoi ? Un tiers de trois quarts : on coupe chacun des quarts en trois. La pizza est alors coupée en 12 parts, et on en prend 3 : $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. « Prendre une fraction de » se traduit donc par une multiplication.

Astuce : simplifie **avant** de multiplier. $\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 3}{9 \times 8} = \frac{\cancel{4} \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3} \times 2 \times \cancel{4}} = \frac{1}{6}$.

Diviser

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/operations-sur-les-fractions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

L'**inverse** de $\frac{c}{d}$ (non nul) est $\frac{d}{c}$: leur produit fait 1. Diviser par une fraction, c'est **multiplier par son inverse** : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

Pourquoi ? Diviser 3 par $\frac{1}{4}$, c'est chercher combien de quarts il y a dans 3 : il y en a 12, soit 3×4.

Avec des signes

Les règles des signes s'appliquent : $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$. Et $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$.

Les priorités

Comme avec les entiers : parenthèses, puis multiplications et divisions, puis additions et soustractions.

Exemple guidé

Calcule $A = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{9}$.

1. Priorité à la multiplication : $\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
2. Addition : $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$.
3. Simplification : $A = \frac{2}{3}$.

Retour au problème

- Léo et Inès : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ de pizza.
- Un tiers de trois quarts : $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.
- Verres : $\frac{3}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \times 4 = 6$ verres.

Les pièges

- On n'additionne **jamais** les dénominateurs : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \neq \frac{2}{5}$.
- Pour multiplier, pas besoin de dénominateur commun.
- Diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse, pas par elle-même.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/operations-sur-les-fractions/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits