4E / COURS

Le calcul littéral

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Prends trois nombres entiers qui se suivent, par exemple 7, 8 et 9. Leur somme vaut 24, un multiple de 3. Avec 15, 16 et 17 : 48, encore un multiple de 3. Est-ce toujours vrai ? On ne peut pas tester tous les nombres… mais les lettres, elles, le peuvent.

01 L'idée : les fruits du panier

Une expression littérale, c'est un **panier de fruits**. La lettre x représente un fruit (une pomme), x^2 un autre fruit (une poire), et les nombres seuls d'autres encore.

- **Réduire**, c'est **ranger le panier** : on regroupe les pommes avec les pommes, les poires avec les poires.
- On ne peut **pas** mélanger les pommes et les poires : $3x + 2x^2$ reste tel quel.

Expressions et substitution

Une **expression littérale** contient une ou plusieurs lettres qui représentent des nombres.

- On peut supprimer le signe $\times$ devant une lettre ou une parenthèse : $3 \times x = 3x$ et $2 \times (x+1) = 2(x+1)$.
- $x \times x = x^2$ et $x \times x \times x = x^3$.

Substituer, c'est remplacer la lettre par un nombre pour calculer la valeur de l'expression.

Exemple : pour $x = 4$, $A = 2x^2 - 3x = 2 \times 16 - 12 = 20$.

Réduire

On regroupe les termes de même nature : $5x + 3 - 2x + 7 = (5-2)x + (3+7) = 3x + 10$.

Développer

- **Distributivité simple** : $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$.
- **Double distributivité** : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

Exemple : $(x+3)(x-2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/calcul-litteral/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Un signe moins devant une parenthèse change tous les signes à l'intérieur : $5 - (x - 4) = 5 - x + 4 = 9 - x$.

Prouver avec des lettres

Un exemple ne prouve rien : il faut que ça marche pour **tous** les nombres. On appelle n un nombre quelconque, on calcule avec n, et on conclut.

Retour au problème

Trois entiers consécutifs s'écrivent n, $n + 1$ et $n + 2$. Leur somme :

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$$

C'est 3 fois un entier. La somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.

Ces calculs servent à résoudre des équations, et iront plus loin en 3e avec développer et factoriser.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/4e/calcul-litteral/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits