3E / COURS

La trigonométrie dans le triangle rectangle

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Une échelle de 5 m est posée contre un mur. Pour être stable, elle doit faire un angle de 70° avec le sol. À quelle hauteur atteint-elle le mur ?

Pythagore ne suffit pas : on ne connaît qu'une seule longueur. Mais on connaît un **angle**.

01 L'idée : l'échelle contre le mur

L'échelle, le mur et le sol forment un **triangle rectangle**. L'échelle est l'**hypoténuse**, toujours de la même longueur.

- Plus on **redresse** l'échelle (angle avec le sol plus grand), plus elle monte **haut** sur le mur, et plus son pied se **rapproche** du mur.
- Pour un angle donné, la hauteur atteinte est toujours la **même fraction** de la longueur de l'échelle. Cette fraction, c'est le **sinus** de l'angle.

01 Le vocabulaire du triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu $\widehat{A}$:

- l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit (le plus long) ;
- le côté **opposé** à $\widehat{A}$ est celui qui ne touche pas $\widehat{A}$;
- le côté **adjacent** à $\widehat{A}$ est celui qui touche $\widehat{A}$ et qui n'est pas l'hypoténuse.

01 Cosinus, sinus, tangente

$$\cos \widehat{A} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} \qquad \sin \widehat{A} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} \qquad \tan \widehat{A} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$$

Pour s'en souvenir : **CAH SOH TOA** (Cosinus Adjacent Hypoténuse, Sinus Opposé Hypoténuse, Tangente Opposé Adjacent).

Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1, car l'hypoténuse est le plus grand côté.

Calculer une longueur

On choisit la formule qui contient **le côté connu et le côté cherché**, puis on fait un produit en croix.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/trigonometrie/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Exemple : hypoténuse 6 cm, angle 35°, on cherche le côté adjacent. $\cos 35^\circ = \dfrac{\text{adj}}{6}$, donc $\text{adj} = 6 \times \cos 35^\circ \approx 4{,}91$ cm.

Calculer un angle

On calcule le cosinus, le sinus ou la tangente, puis on utilise la touche **inverse** de la calculatrice : $\cos^{-1}$ (ou Arccos), $\sin^{-1}$, $\tan^{-1}$.

Exemple : adjacent 4, opposé 3. $\tan \widehat{A} = \dfrac{3}{4}$, donc $\widehat{A} = \tan^{-1}(0{,}75) \approx 36{,}9^\circ$.

Retour au problème

La hauteur sur le mur est le côté **opposé** à l'angle de 70°, et l'échelle est l'hypoténuse : c'est le sinus.

$$\sin 70^\circ = \frac{h}{5} \iff h = 5 \times \sin 70^\circ \approx 4{,}70$$

L'échelle atteint environ 4,70 m de hauteur.

Pour les calculs de longueurs sans angle, retourne au théorème de Thalès. Au lycée, le cosinus et le sinus deviennent des fonctions dans la trigonométrie de Première.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/trigonometrie/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits