3E / COURS

Le théorème de Thalès et sa réciproque

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Comment mesurer la hauteur d'un arbre sans y grimper ? Un jour de soleil, tu plantes un bâton de 1,50 m bien droit : son ombre mesure 2 m. Au même moment, l'ombre de l'arbre mesure 12 m. Quelle est la hauteur de l'arbre ?

01 L'idée : l'ombre au soleil

Les rayons du soleil arrivent **parallèles** entre eux. Le bâton et son ombre forment un petit triangle, l'arbre et son ombre un grand triangle de **même forme**. Le grand est un **agrandissement** du petit : toutes les longueurs sont multipliées par le même nombre.

C'est exactement ce que dit le théorème de Thalès : des droites parallèles découpent des triangles **proportionnels**.

01 Le théorème de Thalès

Soit deux droites (BM) et (CN) sécantes en A. Si les droites (MN) et (BC) sont **parallèles**, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Deux configurations :

- **triangle** : M est sur le segment $[AB]$ et N sur $[AC]$, le petit triangle AMN est dans le grand ABC ;
- **papillon** : M et N sont de l'autre côté de A, les deux triangles sont tête-bêche.

Méthode : on écrit les trois rapports (petit triangle en haut, grand en bas), on remplace par les longueurs connues, puis on utilise un **produit en croix**.

01 La réciproque

Si les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont **alignés dans le même ordre**, et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont **parallèles**.

Si les deux rapports sont **différents**, les droites ne sont **pas** parallèles (c'est la contraposée du théorème).

Agrandissement et réduction

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

- les **longueurs** sont multipliées par k ;

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/theoreme-de-thales/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

- les **aires** sont multipliées par k^2 ;
- les **volumes** sont multipliés par k^3 ;
- les angles ne changent pas.

Si $k > 1$ c'est un agrandissement, si $0 < k < 1$ une réduction.

Retour au problème

Les rayons sont parallèles : on est dans une configuration de Thalès. Le rapport d'agrandissement est $\frac{12}{2} = 6$.

$$\frac{\text{hauteur de l'arbre}}{1{,}5} = \frac{12}{2} \iff \text{hauteur} = \frac{1{,}5 \times 12}{2} = 9$$

L'arbre mesure 9 m. Thalès aurait mesuré une pyramide de cette façon.

Dans un triangle rectangle, la trigonométrie permet aussi de trouver des longueurs, avec un angle.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/theoreme-de-thales/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits