3E / COURS

Sphère, boule et sections

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Un ballon de football a un rayon d'environ 11 cm. Combien de cuir faut-il pour le recouvrir, et combien d'air contient-il ? Et quelle forme a la tranche quand on coupe une orange, un fromage ou un cône ?

01 L'idée : le pain qu'on tranche

Coupe un pain de mie parallèlement à une face : chaque tranche a la forme de cette face. Coupe une baguette : tu obtiens des disques. Coupe une orange : toujours un disque, plus ou moins grand selon l'endroit. La **section** d'un solide par un plan, c'est la forme de la tranche.

01 Sphère et boule

La **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace situés à la distance r de O : c'est la « peau » du ballon. La **boule** est l'ensemble des points situés à une distance **inférieure ou égale** à r : c'est le ballon plein.

$\mathcal{A}_{\text{sphère}} = 4\pi r^2 \qquad V_{\text{boule}} = \frac{4}{3}\pi r^3$

L'aire de la sphère est exactement celle de **quatre disques** de même rayon. Archimède avait aussi montré que la boule occupe les deux tiers du cylindre qui l'entoure.

01 Se repérer sur la Terre

La Terre est presque une sphère de rayon 6 371 km. On s'y repère par deux angles :

- la **latitude**, de 0° (équateur) à 90° Nord ou Sud (pôles), mesurée le long d'un **méridien** ;
- la **longitude**, de 0° (méridien de Greenwich) à 180° Est ou Ouest, mesurée le long d'un **parallèle**.

Paris est environ à 49° N et 2° E. Les **méridiens** sont des demi-grands cercles qui vont d'un pôle à l'autre ; les **parallèles** sont des cercles de plus en plus petits vers les pôles.

Les sections planes

- **Pavé droit**, plan parallèle à une face : un **rectangle** identique à cette face. Plan parallèle à une arête : un rectangle.
- **Cylindre**, plan parallèle à la base : un **disque** de même rayon. Plan parallèle à l'axe : un **rectangle**.
- **Pyramide et cône**, plan parallèle à la base : une **réduction** de la base (un polygone de même forme, un disque plus petit).

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/sphere-et-sections/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

- **Sphère**, n'importe quel plan : un **cercle**. Il est le plus grand quand le plan passe par le centre (grand cercle).

Le rayon d'une section de sphère

Si le plan est à la distance d du centre O, la section est un cercle de centre H et de rayon ρ. Le triangle OHM est rectangle en H, donc par Pythagore : $\rho^2 = r^2 - d^2$

Exemple guidé

Une sphère de rayon 10 cm est coupée par un plan à 6 cm du centre.

1. Triangle rectangle : hypoténuse 10, un côté 6.
2. $\rho^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$.
3. $\rho = 8$ cm.

Retour au problème

- Cuir : $4\pi \times 11^2 = 484\pi \approx 1\,521$ cm².
- Air : $\frac{4}{3}\pi \times 11^3 = \frac{5\,324}{3}\pi \approx 5\,575$ cm³, soit environ 5,6 L.
- Orange : un disque. Fromage cylindrique coupé dans la hauteur : un rectangle. Cône coupé parallèlement à la base : un disque plus petit.

Les pièges

- Sphère (surface, aire en cm²) et boule (solide, volume en cm³) ne se confondent pas.
- Dans $\frac{4}{3}\pi r^3$, c'est le rayon **au cube**.
- La section d'une sphère est un cercle (ou un disque si on parle de la boule).

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/sphere-et-sections/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits