3E / COURS

Fonctions linéaires et fonctions affines

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Une salle de sport propose deux tarifs :

- **tarif A** : 8 € la séance ;
- **tarif B** : un abonnement de 30 € par mois, puis 3 € la séance.

À partir de combien de séances par mois le tarif B est-il plus avantageux ?

01 L'idée : les tarifs de la salle de sport

Chaque tarif est une **fonction** : on donne le nombre de séances x, elle renvoie le prix à payer.

- Le tarif A, c'est **payer à la séance** : 2 fois plus de séances, 2 fois plus cher. C'est une situation de **proportionnalité**, une fonction **linéaire**.
- Le tarif B, c'est **un fixe plus un prix par séance**. Ce n'est plus proportionnel : c'est une fonction **affine**.

01 Fonction, image, antécédent

Une **fonction** f associe à chaque nombre x un **unique** nombre noté $f(x)$.

- $f(x)$ est l'**image** de x.
- Si $f(a) = b$, alors a est **un antécédent** de b.

On note $f : x \longmapsto 8x$, ou $f(x) = 8x$.

Fonctions linéaires

Une fonction **linéaire** s'écrit $f(x) = ax$. Elle traduit une situation de **proportionnalité**, de coefficient a.

Sa représentation graphique est une **droite qui passe par l'origine**.

Fonctions affines

Une fonction **affine** s'écrit $f(x) = ax + b$. Sa représentation graphique est une **droite**.

- b est l'**ordonnée à l'origine** : la droite coupe l'axe des ordonnées en $(0\,;b)$.
- a est le **coefficient directeur** : quand x augmente de 1, $f(x)$ augmente de a.
- Si $a > 0$ la droite monte, si $a < 0$ elle descend.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/fonctions-lineaires-et-affines/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Pour deux nombres $x_1 \neq x_2$: $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Une fonction linéaire est une fonction affine avec $b = 0$. Une fonction **constante** ($a = 0$) est aussi affine : sa droite est horizontale.

Tracer la droite : deux points suffisent. On calcule deux images, on place les points, on trace.

Retour au problème

Tarif A : $f(x) = 8x$. Tarif B : $g(x) = 3x + 30$.

Les deux prix sont égaux quand $8x = 3x + 30 \iff 5x = 30 \iff x = 6$. Pour 6 séances, on paie 48 € dans les deux cas.

La droite B monte moins vite (coefficient 3 au lieu de 8). À partir de 7 séances par mois, le tarif B est plus avantageux.

Au lycée, toutes ces droites seront étudiées dans Équations de droites et systèmes.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/fonctions-lineaires-et-affines/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits